

# Frekansa Bağlı Sönümlenmeli Kanallarda Yığıt Denkleştiricinin Başarımı

## Performance of Stack Equalizer over Frequency Selective Fading Channels

Tansal Güçlüoğlu

Kadir Has Üniversitesi, Elektronik Mühendisliği Bölümü, 34083, Cibali, İstanbul

tansal@khas.edu.tr

### Özetçe

Bu bildiriye, düşük karmaşıklığa sahip değiştirilmiş yığıt denkleştiricisinin frekansa bağlı sönümlenmeli kanallardaki başarımı incelenmektedir. Sunulan benzetim sonuçlarıyla, hesaplama karmaşıklığından önemsiz miktarda taviz verilerek, değiştirilmiş yığıt denkleştiricisinin başarımının optimale yakın olabileceği gösterilmektedir. Bu denkleştiricinin kodlanmamış sistemlerde veya bit serpiştirilip kodlanmış ve döngülü alıcı kullanılan sistemlerde uygulanması mümkün olabilmektedir.

### Abstract

In this paper, the performance of the low complexity modified stack equalizer over frequency-selective fading channels is inspected. With the help of simulation results, it is illustrated that by sacrificing the computational complexity insignificantly, the performance of the modified equalizer can be made closer to optimum. This equalizer can be used at the receiver of uncoded systems or bit interleaved coded systems with iterative receivers.

### 1. Giriş

Telsiz iletişim sistemlerinde veri hızını artırmak için sembol süresi kısaltıldığında kanalın frekansa bağlı değişim gösterme ihtimali artmaktadır. Frekansa bağlı kanallardaki hata oranını azaltmak için alıcıda denkleştirici kullanılmaktadır. Ancak başarımı yüksek denkleştiricilerin karmaşıklığı da yüksek olmaktadır [1]. Özellikle pratikte kullanılan ve girişim miktarı fazla sistemler için başarımı yüksek, karmaşıklığı düşük denkleştiriciler gerekmektedir.

Tek veya çok antenli sistemlerdeki kodçözücüler için optimal fakat karmaşıklığı yüksek, kod kafesi üzerinde çalışan BCJR [2] algoritması yerine, kod ağacı üzerinde çalışan, karmaşıklığı düşük ve optimale yakın başarımları sağlayan ardışık yapıdaki algoritmalar [3] kullanılabilir. Bu yapıdaki ilk teknikler konvolüsyonel kodlar için geliştirilmiş olan Fano [4] ve yığıt [5, 6] algoritmalarıdır. Bu yöntemlerin hesaplama karmaşıklığı kodlayıcının belleğinden bağımsız olup yüksek sinyal gürültü oranlarında (SGO) optimale yakın başarımları sağlanabilmektedir. Ardışık algoritmalar simgelerarası girişimle (SAG) mücadele eden denkleştiricilerde de kullanılabilir [7, 8].

İkiz-yığıt diye adlandırılan değiştirilmiş yığıt algoritması [9] klasik yığıt algoritmasının yumuşak girişi kabul

edecek şekilde tasarlanmasıyla elde edilmektedir. Bu teknikte [10]'te önerilen metrik kullanılmakta ve bu metrik kullanılarak bitlerin güvenilirliği bilgisi BCJR algoritması yardımıyla elde edilebilmektedir. Ayrıca, bu yeni algoritmanın manyetik kayıt (sabit SAG) kanallarına yönelik döngülü denkleştirici/kodçözücü alıcılarında kullanılabilmesi de sunulmuştur [11]. Yumuşak giriş, yumuşak çıkış (YGYÇ) yığıt algoritmasının tek veya çok anten kullanan, kodlanmış veya kodlanmamış, frekansa bağımlı sönümlenmeli kanallar için de uyarlanabileceği [12]'de sunulmaktadır.

Bu bildiriye, tek antenli sistemlerde kullanılan yumuşak bilgi tabanlı değiştirilmiş yığıt denkleştiricisinin başarımının optimal BCJR algoritmasına nasıl daha da yaklaştırılabileceği gösterilmektedir. Bu amaçla frekansa bağlı kanallar için tablo kullanımı veya sabit eşik ile karmaşıklığı düşük tutulan ikiz yığıt veya tek yığıtlı fakat birden fazla boğum (node) uzatan denkleştiriciler önerilmektedir.

Bildiri şu şekilde düzenlenmiştir. Bölüm 2 sistem modelini açıklamaktadır. Bölüm 3 önerilen yığıt denkleştiricisini sunmaktadır. Bölüm 4 benzetim sonuçlarını ve son olarak Bölüm 5 bu bildirinin sonuçlarını özetlemektedir.

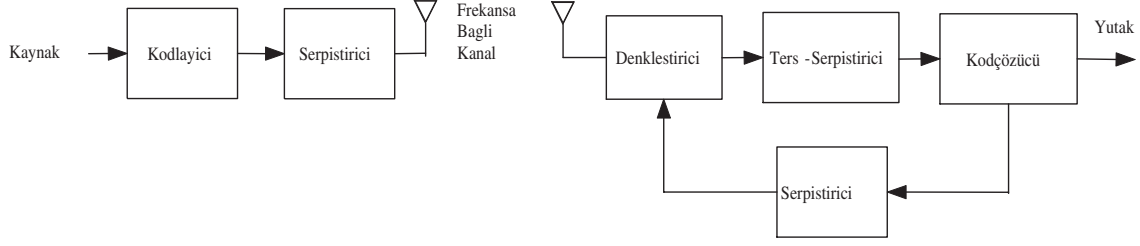
### 2. Sistem Modeli

Bu çalışmada kullanılan sistemin blok diyagramı Şekil 1'de gösterilmiştir. Serpiştirilip kodlanmış bitlerin frekansa bağlı kanallar üzerinden gönderilmekte ve döngülü denkleştirici/kodçözücü ile alınmaktadır. Kodçözücü ve denkleştirici kodlanmış bitlerin yumuşak bilgilerini döngülü olarak değiş tokuş ederek bilgi kaynağından gönderilen bitler için daha doğru karar verilmesini sağlamaktadır. Kullanılan kanal denkleştirici değiştirilmiş yığıt algoritmasını kullanmaktadır.

Genel olarak, tek antenli sistemler için  $L$  kademeli frekansa bağlı sönümlenmeli kanaldan  $k$  anında alınan sinyal şu şekilde yazılabilir,

$$y_k = \sqrt{\frac{\rho}{L}} \sum_{l=0}^{L-1} h_l v_{k-l} + w_k. \quad (1)$$

Bu ifadedeki  $h_l$ , SAG kademesi  $l$  olan kanal katsayısını,  $v_k$ ,  $k$  anında gönderilen sembolü, ve  $w_k$ ,  $k$  anında alınan gürültüyü temsil etmektedir.  $h_l$  ve  $w_k$  sıfır ortalamalı her boyutta  $1/2$  varyanslı karmaşık Gauss dağılımlıdır.  $\rho$  ise alıcıdaki ortalama SGO değeridir.



Şekil 1: Serpiştirilip kodlanmış bitlerin frekansa bağlı kanallar üzerinden gönderimi ve döngülü denkleştirici/kodçözücü ile alınması.

### 3. Değiştirilmiş Yiğit Denkleştirici

Bu bölümde, frekansa bağlı kanallarda denkleştirici olarak kullanılmak üzere değiştirilmiş olan YGYÇ yiğit algoritması tanıtılmaktadır. Ardışık kodçözücülerden Fano ve yiğit algoritmalarındaki amaç, kanal (veya kod) ağacında Fano [4] tarafından geliştirilen bir metrik yardımıyla her zaman dilimi için muhtemel boğumlardan geçen bir yol belirlemektir. Fano algoritmasına göre daha hızlı çalışan yiğit algoritmasında, üzerinden geçen her kod ağacı boğumu için toplam metrik ve gönderilen sembol bilgileri bellekte tutulmaktadır (daha geniş bilgi için [5, 6]). En büyük metriğe sahip olan boğum, gönderilebilecek sembollere göre uzatılarak kod ağacında yeni boğum bilgileri elde edilir. Elde edilen yeni boğumlar ağacın yapraklarına, yani gönderilen son sembollere karşılık geldiğinde, en yüksek metriklı boğumdan kestirilen semboller elde edilir.

YGYÇ yiğit algoritması için Fano metriğine önsel olasılık bilgisinin eklenmesiyle, frekansa bağlı kanalların çözülmesinde kullanılmak üzere aşağıdaki gibi yazılabilir [10, 12],

$$\log\left(\frac{P(y_k|v_k)}{P(y_k)}\right) + \log(P(u_k)). \quad (2)$$

Bu ifadede  $P(\cdot)$  olasılık ifade etmektedir.  $u_k$ ,  $k$  anında gönderilen bit ve  $v_k$  ise SAG kanalının  $u_k, u_{k-1}, \dots, u_{k-(L-1)}$  kullanılarak elde edilen gürültüsüz çıkışı göstermektedir. Kodçözme senaryosundan farklı olarak denkleştirmede kullanılması gereken aşağıdaki ifade

$$P(y_k) = \sum_{v_k} P(y_k|v_k)P(v_k), \quad (3)$$

kanalın belleğine üssel olarak bağlıdır [12]. Frekansa bağlı kanallarda denkleştirme için kullanılacak yiğit algoritmasında, karmaşıklığı düşük tutmak için  $P(y_k)$  değerini yukarıdaki ifadeden hesaplamak yerine önceden hazırlanmış bir tablodan okunabilir veya sabit bir eşik (bias) değeri  $B$  kullanılarak elde edilecek yeni metrik aşağıdaki gibi yazılabilir [12],

$$\log(P(y_k|v_k)) + \log(P(u_k)) + B. \quad (4)$$

Tablo kullanma yönteminde, Monte Carlo tekniğiyle rastgele üretilen kanal katsayıları ve gürültü üzerinden ortalama alınarak indeksi SGO ve  $y_k$  olan  $P(y_k)$  tablosu elde edilebilir. Tablo sadece başlangıçta üretilmekte olup sistem çalışırken bellekte tutulmakta, gerçek zamanlı bir yük getirmemektedir. Sabit eşik yönteminde deneysel olarak elde edilen sabit değer kullanılmaktadır. Her iki yöntemin de yeterince başarılı

olduğu ve karmaşıklığı düşük tuttuğu ve bu özgün yiğit denkleştiricisinin uzay zaman kodlanmış çoklu anten sistemleri için de bazı basit uyarlamalarla kolaylıkla uygulanabileceği [12]'de gösterilmektedir.

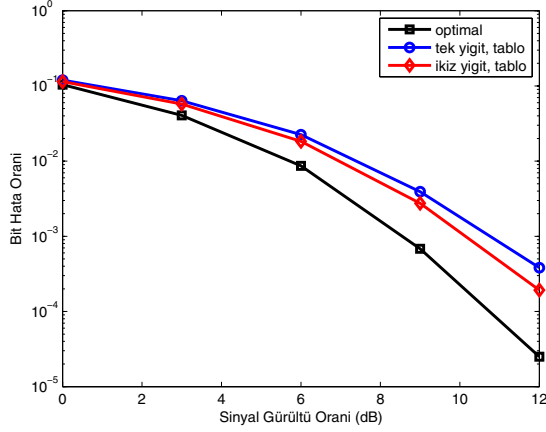
Optimal BCJR denkleştiricisinin başarımına yaklaşılabilmek için yiğit algoritmasını geliştirmek tekli ve çoklu anten sistemleri için önemlidir. Özellikle döngülü alıcı sistemlerinde düşük karmaşıklığa sahip ve optimale yakın başarımlı sağlayan denkleştiricilere duyulan gereksinimden dolayı bu bildiride frekansa bağlı kanallara uyarlanmış yiğit algoritmasının [12] başarımının artırılması amaçlanmıştır. Klasik yiğit denkleştiricisi tek bir yiğit kullanmaktadır ve hata oranını düşürmek için ikiz yiğit algoritması [9] frekansa bağlı kanallara uyarlanabilir. Bu teknikte, gönderilen iki BPSK semboli için iki ayrı yiğit tutulmakta ve her zaman diliminde her iki yiğittaki en yüksek metriklı boğumlar uzatılmaktadır. Uzatılan boğum daha fazla olduğu için gönderilen bilgi için elde edilen yumuşak bilgi daha güvenilir olmaktadır. Denkleştirici başarımını artırmak için önerilen diğer yöntem de, frekansa bağlı kanallar için uyarlanmış tek yiğit algoritmasında birden fazla boğum uzatmaktır. Literatürde, ardışık kodçözücü algoritmaların başarımı genel olarak bilgisayar benzetimleriyle incelenmektedir.

### 4. Bilgisayar Benzetim Sonuçları

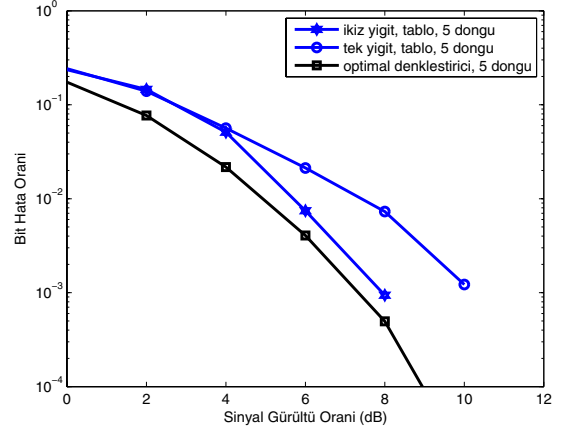
Bu bölümde, önerilen yiğit denkleştiricileri için bilgisayar benzetimleri ile elde edilen bit hata oranları ve hesaplama karmaşıklıkları sunulmaktadır. BPSK sembollerini yarı-durağan Rayleigh sönümlenmeli, tekbiçimli güç dağılımlı frekansa bağlı kanallar üzerinden gönderilip alıcıda yiğit denkleştirici kullanılmaktadır.

Şekil 2, tek ve ikiz yiğit denkleştiricilerinin (tablodan okuma yöntemi ile kullanılarak) bit hata oranı başarımları 8 kademeli kanal için gösterilmektedir. Bu sistem için gereken hesaplama karmaşıklığı Şekil 3'de gösterilmektedir. İkiz yiğit kullanmak hata oranını düşürmekte ve optimal denkleştirici başarımına yaklaşılmaktadır. Karmaşıklık ise tek yiğit algoritmasına göre (iki boğum uzatıldığı için) iki katı (4) olsa da optimal denkleştiricinkinden (128) hala oldukça düşüktür.

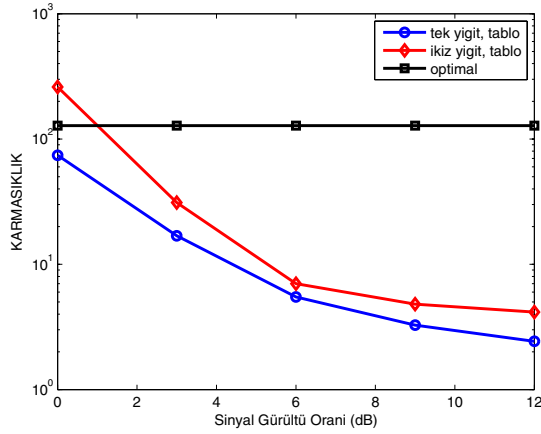
Şekil 4 tek ve ikiz yiğit denkleştiricilerinin (tabloya başvuruyla kullanılmış) bit hata oranları frekansa bağlı 6 kademeli kanal için gösterilmiştir. Bu sistemdeki bitler (5,7) sekiz tabanlı ureteç kullanan konvolüsyonel kodlama ile kodlanmış ve rastsal serpiştirici kullanıldıktan sonra kanala gönderilmiştir. Alıcıda da döngülü denkleştirici/BCJR-



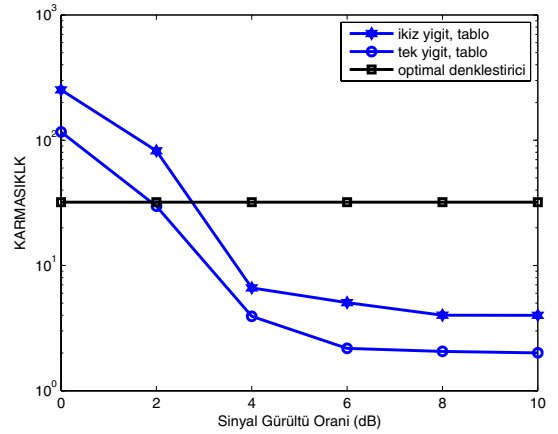
Şekil 2: Tabloya başvurularak kullanılan tek ve ikiz yığıt denkleştiricilerinin BER başarımları,  $L = 8$ .



Şekil 4: Döngülü alıcıda tabloya başvurularak kullanılan tek ve ikiz yığıt denkleştiricilerinin bit hata başarımları,  $L = 6$ .



Şekil 3: Tabloya başvurularak kullanılan tek ve ikiz yığıt denkleştiricilerinin hesaplama karmaşıklığı,  $L = 8$ .



Şekil 5: Döngülü alıcıda tabloya başvurularak kullanılan tek ve ikiz yığıt denkleştiricilerinin hesaplama karmaşıklığı,  $L = 6$ .

kodçözücü kullanılmıştır. Bu sistem için karmaşıklık oranı da Şekil 5'da gösterilmektedir.

Şekil 6 tablodan okuma yöntemi ile kullanılan fakat birden fazla boğum uzatan tek yığıt denkleştiricilerinin bit hata oranlarını 6 kademeli kanal için göstermektedir. Uzatılan boğum sayısı arttıkça başarımlar daha da iyileşmektedir. Grafik olarak gösterilmese de önceki örneklere benzer olarak karmaşıklık yüksek sinyal gürültü oranlarında uzatılan boğum sayısının iki katında sabit kalmaktadır. Optimal denkleştiricinininki ise  $2^5$  olmaktadır.

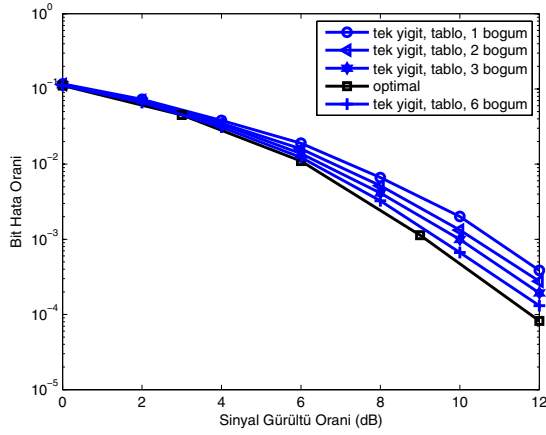
Şekil 7, sabit eşik kullanan denkleştiricilerin bit hata oranlarını frekansa bağlı 8 kademeli kanal için göstermektedir. Bu sistem için karmaşıklık Şekil 8'de gösterilmektedir. Tabloya başvurma yönteminde olduğu gibi ikiz yığıt kullanmak tek yığıt kullanmaya göre daha düşük bit hata oranı sağlamakta ve optimal denkleştiricinin başarımına yaklaştırmaktadır. Karmaşıklığın bütün SGO değerleri için op-

timal denkleştirici karmaşıklığına göre oldukça düşük olması bu yöntemle mümkün olabilmektedir.

Yukarıda gösterilen benzetim sonuçlarına benzer sonuçlar farklı kanal ve kodlama durumları için de elde edilmiş ve önerilen tekniklerle karmaşıklığı biraz artırarak (hala kanal uzunluğundan bağımsız) optimal denkleştirici başarımına yaklaşmanın mümkün olduğu gözlenmiştir. Yeni denkleştiricinin başarımların araştırılması devam etmektedir. Örneğin, uzay zaman kodlanmış, çoklu anten sistemlerinde kanal durum bilgisinin mükemmel olmadığı ve sembol sayısının 2'den fazla olacağı durumlarda da karmaşıklık ve hata oranları merak edilmektedir.

## 5. Sonuç

Bu bildiriye, düşük karmaşıklığa sahip değiştirilmiş yığıt denkleştiricisinin başarımı kodlanmış ve kodlanmamış tek

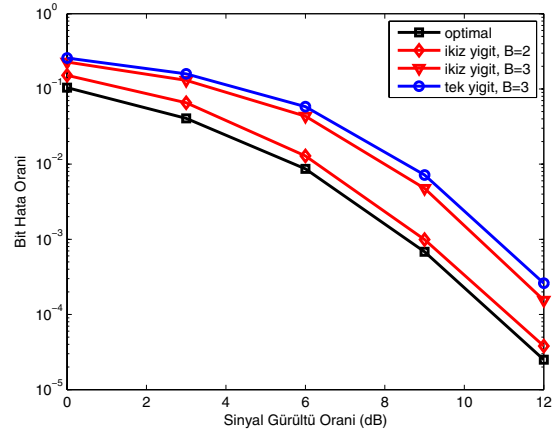


Şekil 6: Tabloya başvurularak kullanılan değiştirilmiş tek yığıt denkleştiricisinin çok boğum kullanılması ile elde edilen bit hata oranları,  $L = 6$ .

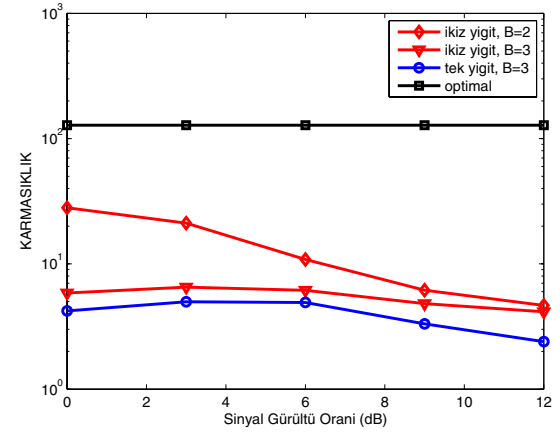
antenli sistemler için sunulmuştur. Tabloya başvurma ve sabit eşik kullanımı yöntemleri ile frekansa bağlı sönmülemeli kanallar üzerinde de karmaşıklığın düşük olması sağlanan denkleştiricinin bit hata başarımlarının optimal denkleştiricisinininkine yaklaştırılabileceği gösterilmiştir. Önerilen değiştirilmiş ikiz yığıt kullanımı ve tek yığıttan çok boğum uzatma ile başarımlar artırılırken, karmaşıklık yüksek sinyal gürültü oranlarında kanal uzunluğundan bağımsız kalmaktadır.

## 6. Kaynakça

- [1] J. G. Proakis, "Digital Communications," *McGraw-Hill Inc.*, 4th edition, 2000.
- [2] L. Bahl and J. Cocke and F. Jelinek and J. Raviv, "Optimal decoding of linear codes for minimizing symbol error rate," *IEEE Transactions on Information Theory*, vol. IT-20, pp. 284-287, March 1974.
- [3] J. M. Wozencraft and B. Reiffen, "Sequential Decoding," *MIT Press Cambridge, Mass.*, 1961.
- [4] R. M. Fano, "A heuristic discussion of probabilistic decoding," *IEEE Transactions on Information Theory*, vol. IT-9, pp. 64-74, Jan. 1963.
- [5] K. Zigangirov, "Some sequential decoding procedures," *Prob. Peredach. Inform.*, vol. 2, no. 4, pp. 13-15, 1966.
- [6] F. Jelinek, "A fast sequential decoding algorithm using a stack," *IBM J. Res. Develop.*, vol. 13, pp. 675-685, 1969.
- [7] F. Xiong and A. Zerik and E. Shweddyk, "Sequential sequence estimation for channels with intersymbol interference of finite or infinite length," *IEEE Transactions on Communications*, vol. 38, no. 6, pp. 795-804, June 1990.
- [8] D. Bauer and R. Rupprecht, "Sequential decoding algorithms for detection of severely distorted data signals," *8th European Conference on Electrotechnics*, pp. 114-117, June 1988.



Şekil 7: Sabit eşik kullanılarak değiştirilmiş ikiz yığıt denkleştiricisi için bit hata başarımları,  $L = 8$ .



Şekil 8: Sabit eşik kullanılarak değiştirilmiş ikiz yığıt denkleştiricisi için gerekli hesaplama karmaşıklığı,  $L = 8$ .

- [9] R. Sivasankaran, S. W. McLaughlin, "Twin-stack decoding of recursive systematic convolutional codes," *IEEE Transactions on Communications*, vol. 49, no. 7, pp. 1158-1167, July 2001.
- [10] C. Weiss, S. Riedel, J. Hagenauer, "Sequential decoding using a priori information," *Electronics Letters*, vol. 32, no. 13, pp. 1190-1191, June 1996.
- [11] R. Sivasankaran, S. W. McLaughlin, L. L. McPheters, "Sequential turbo decoding for PR-equalized magnetic recording channels," *IEEE Transactions on Magnetics*, vol. 36, no. 5, pp. 2179-2182, Sept. 2000.
- [12] T. Gucluoglu, T. M. Duman, "Soft input soft output stack equalization for MIMO frequency selective fading channels," *IEEE International Conference on Communications*, vol. 1, pp. 510 - 514, May 2005.