

# Ortak Faz Gürültüsü Kestirimi ve Kaynak Sezimlemesi

## Joint Phase Noise Estimation and Source Detection

Burç A. Kaleli<sup>†</sup>, Habib Şenol\*, Erdal Panayırıcı<sup>†</sup>

<sup>†</sup>Elektronik Mühendisliği Bölümü, Kadir Has Üniversitesi, 34083, Cibali, İstanbul

\*Bilgisayar Mühendisliği Bölümü, Kadir Has Üniversitesi, 34083, Cibali, İstanbul

### Özetçe

Faz gürültüsü, bir dalga şeklinin fazındaki ani, kısa süreli ve rassal değişimi niteleyen bozucu etkidir. Bu çalışmada beklenti enbüyüklemesi (Expectation Maximization - EM) algoritması kullanılarak sürekli-değerli bir enformasyon kaynağı çıkışının sezimlenmesi ve çıkışı etkileyen bir faz gürültüsünün kestirimi problemi üzerinde durulmuştur. Faz gürültüsünün kestirimi için gerekli başlangıç faz gürültüsü değerleri pilot simgelerden yararlanılarak kübik enterpolasyon yöntemiyle oluşturulmaktadır. Önerilen algoritma için bilgisayar benzetimleri yapılarak kaynak sezimleyicisi ve faz gürültüsü kestirimcisi için ortalama karesel hata (Mean Square Error - MSE) - sinyal gürültü oranı (Signal to Noise Ratio - SNR) başarımları algoritmanın her bir yineleme adımı için sunulmuştur. Ayrıca, faz gürültüsü kestirimcisinin ortalama karesel hata - pilot aralığı başarımları eğrileri çeşitli sinyal gürültü oranları için verilmiştir.

### Abstract

Rapidly time-varying and random disturbing effects on the phase of a signal waveform are known as phase noise. In this paper, we consider the problem of joint detection of continuous-valued information source output and estimation of a phase noise by using expectation maximization (EM) algorithm. In order to estimate phase noise, initial phase noise values are determined by cubic interpolation that utilizes pilot symbols. Computer simulations are performed for the proposed algorithm and the average mean square error (MSE) - signal to noise ratio (SNR) performance of source detector and phase noise estimator is presented for each iteration of the algorithm. Moreover, average MSE - pilot spacing performance curves of phase noise estimator are given for various SNR values.

### 1. Giriş

İletişim sistemlerinin alçak geçiren eşdeğer modeli göz önüne alındığında, alıcıya ulaşan karmaşık değerli sinyalin zamanla değişen genlik ve faz bilgilerinden oluştuğu görülür. Bu faz bileşeni üzerindeki bozucu etkiler *faz gürültüsü* olarak adlandırılır. Verici ve alıcı arasındaki eşzamanlama problemleri ve mobiliteye bağlı olarak taşıyıcı dalga frekansındaki Doppler kayması nedeniyle verici ve alıcı osilatörleri arasında oluşan ve zamanla değişen faz farkı, faz gürültüsünün temel nedeni olarak

Bu araştırma, Avrupa Birliği 7. Çerçeve Programı tarafından desteklenen NEWCOM++ ve WIMAGIC Strep projeleri dahilinde yürütülmektedir.

değerlendirilebilir. Bu durum, iletilen sinyalin geri kazanımı için taşıyıcı fazının bilinmesi zorunluluğu nedeniyle, alıcı tarafında özellikle sinyalin demodülasyonu sırasında çok büyük bir problem oluşturmaktadır.

Bu problem şimdiye kadar birçok çalışmada detaylı bir şekilde incelenmiş ve faz gürültüsü kestirimi için değişik algoritmalar önerilmiştir. Bu çalışmalardan bazıları faz gürültüsünün faza kilitli çevrim (Phase Locked Loop - PLL) ilkesine göre Kalman süzgeci ile çalışan bir geri besleme algoritması ile kestirilmesi [1, 2], faz gürültüsünün gözlem aralığı içinde parça parça sabit olduğu varsayılarak geleneksel ileri besleme algoritmasıyla kestirilmesi [1, 2, 3], ve Markov-tipi faz gürültüsü kestirimi için çarpımsal çizge (factor graph) yöntemi kullanılması [4] olarak özetlenebilir. Fakat geri besleme kestirim algoritması genellikle uzun bir zaman aralığında gerçekleşebildiği için çoğuşmalı iletme (burst transmission) uygun değildir. Markov-tipi kestirim yöntemi ise bir hayli yavaş kalmakta ve ayrıca alıcıda faz gürültüsü istatistikleri hakkında ayrıntılı bilgiye sahip olunduğunu varsaymaktadır.

Bu çalışmada faz gürültüsünden etkilenen sürekli-değerli veri iletimi için optimal bir faz gürültüsü kestirim algoritması önerilmiştir. En genel anlamda bilinmeyen  $\theta$  parametre vektörünün kestirimi için bir iletişim sisteminin alıcı girişinde elde edilen aşağıdaki gibi bir gözlem ilişkisini göz önüne alalım:

$$\mathbf{y} = F(\mathbf{s}, \theta) + \mathbf{w}$$

Burada,  $\mathbf{y}$  gözlem vektörünü,  $\mathbf{s}$  iletilen veri vektörünü ve  $\mathbf{w}$  is toplamsal Gauss gürültüsü vektörünü göstermektedir.  $\theta$  vektörünün enbüyük olabilirlik (Maximum Likelihood - ML) yöntemine göre kestirimi,  $p(\mathbf{y}|\theta) = E_s[p(\mathbf{y}|\mathbf{s}, \theta)]$  olabilirlik fonksiyonunun  $\theta$ 'ya göre enbüyüklenmesi temeline dayanmakta ve matematiksel olarak şöyle tanımlanmaktadır,

$$\hat{\theta}_{ML} = \arg \max_{\theta} p(\mathbf{y}|\theta) = \arg \max_{\theta} E_s[p(\mathbf{y}|\theta, \mathbf{s})]. \quad (1)$$

(1) ilişkisinden de görülebileceği gibi, enbüyük olabilirlik kestirimi iki temel adım sonucunda gerçekleşir. 1) Olabilirlik fonksiyonunun belirlenebilmesi için,  $\mathbf{s}$  veri vektörü üzerinden bir istatistiksel ortalama alınması; genellikle analitik olarak bu ortalamanın alınmasında büyük güçlüklerle karşılaşılır. 2) Bilinmeyen  $\theta$  vektörü üzerinden olabilirlik fonksiyonunun enbüyüklenmesi. Olabilirlik fonksiyonunun doğrusal olmayan bir yapıda olması nedeniyle, bunun  $\theta$ 'ya göre analitik olarak enbüyüklenmesi genellikle mümkün değildir.

Bu gibi durumlar için yinelemeli yapıda güçlü bir istatistiksel araç olan *beklenti enbüyüklemesi* (Expectation Maximization-EM) algoritmasına dayalı faz gürültüsü kestirimi uygulanabilir bir çözüm sağlamaktadır. İletişim sistemlerinde birçok değişik problemin [5, 6, 7, 8] çözümü için kullanılan EM algoritması, kestirim problemlerinde kullanılan önemli algoritmalarından biri olma özelliğini hala korumaktadır. 2. bölümde sistem, sinyal ve faz gürültüsü modelleri tanımlanmaktadır. EM tabanlı faz gürültüsü kestirim algoritması 3. bölümde ortaya konulmuş ve faz gürültüsü kestirimcisinin ortalama karesel hata (OKH) başarımı bilgisayar benzetimleriyle 4. bölümde incelenmiştir. Önerilen algoritmaya ilişkin elde edilen sonuçlar 5. bölümde özetlemiştir.

## 2. Sistem Modeli

Bu çalışmada, toplamsal beyaz Gauss gürültülü (AWGN) kanal üzerinden iletilen ve faz gürültüsünden etkilenen  $N$  adet veri içeren bir veri bloğu göz önüne alınmıştır. Sistemi etkileyen faz gürültüsü ayrık-zamanlı bir Wiener süreci ile

$$\begin{aligned}\theta(n) &= \theta(n-1) + u(n), \quad n = 0, 1, \dots, N-1, \\ \theta(-1) &= 0,\end{aligned}\quad (2)$$

biçiminde modellenmektedir. Bu ilişkide  $u(n)$ , ortalaması sıfır, varyansı  $\sigma_u^2$  olan istatistiksel bağımsız Gauss rassal değişkenlerini göstermektedir. Alıcı girişindeki sinyal modeli ise

$$y(n) = e^{j\theta(n)}s(n) + w(n), \quad n = 0, 1, \dots, N-1, \quad (3)$$

biçiminde tanımlanmaktadır. (2) ve (3) modelleri vektörel olarak aşağıdaki gibi ifade edilebilir,

$$\begin{aligned}\boldsymbol{\theta} &= \mathbf{G}\mathbf{u} \\ \mathbf{y} &= \boldsymbol{\Psi}\mathbf{s} + \mathbf{w}.\end{aligned}\quad (4)$$

Burada,

$$\begin{aligned}\mathbf{y} &= [y(0), y(1), \dots, y(N-1)]^T, \\ \mathbf{s} &= [s(0), s(1), \dots, s(N-1)]^T \sim \mathcal{CN}(\mathbf{s}_p, \boldsymbol{\Sigma}_s^{(0)}), \\ \boldsymbol{\theta} &= [\theta(0), \theta(1), \dots, \theta(N-1)]^T \sim \mathcal{N}(\mathbf{0}, \boldsymbol{\Sigma}_\theta), \\ \mathbf{u} &= [u(0), u(1), \dots, u(N-1)]^T \sim \mathcal{CN}(\mathbf{0}, \sigma_u^2 \mathbf{I}_N), \\ \mathbf{w} &= [w(0), w(1), \dots, w(N-1)]^T \sim \mathcal{CN}(\mathbf{0}, N_0 \mathbf{I}_N),\end{aligned}$$

sırasıyla alınan sinyal vektörü, kaynak sinyali vektörü, faz-gürültü vektörü, Wiener faz-süreç gürültü vektörü ve iletim kanalının toplamsal beyaz gürültü vektörüdür.  $\mathbf{I}_N$  ise  $N \times N$  boyutundaki bir birim matrisi göstermektedir. Ayrıca,  $\boldsymbol{\eta} = [e^{j\theta(0)}, e^{j\theta(1)}, \dots, e^{j\theta(N-1)}]^T$  olarak tanımlansın ve  $\text{diag}(\cdot)$  operatöründe verilen bir vektörden köşegen bir matris elde etme işlevini gösterebilir. Bu durumda  $\boldsymbol{\Psi} = \text{diag}(\boldsymbol{\eta})$  olarak elde edilir. (4) modelindeki  $\mathbf{G}$  matrisi aşağıdaki gibi olmaktadır,

$$\mathbf{G} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & \dots & 0 \\ 1 & \ddots & \ddots & \vdots \\ \vdots & \ddots & \ddots & 0 \\ 1 & \dots & 1 & 1 \end{bmatrix}\quad (5)$$

ve buna bağlı olarak faz gürültü vektörünün kovaryans matrisi,

$$\boldsymbol{\Sigma}_\theta = \sigma_u^2 \mathbf{G}\mathbf{G}^T = \sigma_u^2 \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 & \dots & 1 \\ 1 & 2 & 2 & \dots & 2 \\ 1 & 2 & 3 & \dots & 3 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 1 & 2 & 3 & \dots & N \end{bmatrix}\quad (6)$$

olarak hesaplanmaktadır. Ayrıca kaynak sinyali vektörü  $\mathbf{s}$ ,

$$s(n) = \begin{cases} s_p(n) & , n \in \{0, \Delta, 2\Delta, \dots, (P-1)\Delta\} \\ s_d(n) & , \text{diğer} \end{cases} \quad (7)$$

$$n = 0, 1, \dots, N-1$$

olacak şekilde pilot ve veri vektörlerinin toplamı yani  $\mathbf{s} = \mathbf{s}_p + \mathbf{s}_d$  olarak elde edilmektedir. Burada  $\Delta$ , pilot aralığını ve  $P$  de  $\mathbf{s}$  vektörü içindeki pilot sayısını göstermektedir.

## 3. EM Tabanlı Faz Gürültüsü Kestirim Algoritması

Beklenti enbüyüklemesi (Expectation Maximization-EM) algoritması, saptanamayan gizli değişkenlere bağlı olan olasılık yoğunluk fonksiyonlarına ait parametrelerin enbüyük olabilirlik kestiriminde kullanılan yinelemeli bir algoritmadır. Algoritma sırasıyla *beklenti* ve *enbüyükleme* olarak adlandırılan iki adımdan oluşmaktadır. *Beklenti* adımında mevcut modeldeki gizli değişkenlerin dağılımlarına göre logaritmik olabilirlik (log-likelihood) fonksiyonunun beklenti değeri hesaplanmaktadır. *Enbüyükleme* adımında ise logaritmik olabilirlik fonksiyonunun beklenti değerini enbüyükleyen parametre için yinelemeli bir güncelleme kuralı elde edilmektedir. Algoritmanın bu adımları aşağıdaki gibi detaylandırılabilir,

**A) Beklenti-Adımı:** Algoritmanın *Beklenti Adımı* aşağıda verilen fonksiyonu hesaplamaktadır,

$$Q(\boldsymbol{\theta}|\boldsymbol{\theta}^{(i)}) = E_{\mathbf{s}}\{\ln p(\boldsymbol{\theta}|\mathbf{y}, \mathbf{s})|\mathbf{y}, \boldsymbol{\theta}^{(i)}\}.\quad (8)$$

Burada,  $E_{\mathbf{s}}\{\cdot\}$   $\mathbf{s}$ 'ye göre beklenen değeri göstermektedir. İlerideki *Enbüyükleme Adımı*'nda  $\boldsymbol{\theta}$ 'ya göre enbüyükleme yapacağımızdan,  $\boldsymbol{\theta}$ 'ya bağlı olmayan terimler atılarak

$$\ln p(\boldsymbol{\theta}|\mathbf{y}, \mathbf{s}) \sim \ln p(\mathbf{y}|\boldsymbol{\theta}, \mathbf{s}) + \ln p(\boldsymbol{\theta}),\quad (9)$$

şeklinde değiştiği sonucuna varılır. (9) denklemi (8)'de yerine konulduğunda  $Q(\boldsymbol{\theta}|\boldsymbol{\theta}^{(i)})$  fonksiyonunun

$$Q(\boldsymbol{\theta}|\boldsymbol{\theta}^{(i)}) \sim E_{\mathbf{s}}\{\ln p(\mathbf{y}|\boldsymbol{\theta}, \mathbf{s})|\mathbf{y}, \boldsymbol{\theta}^{(i)}\} + \ln p(\boldsymbol{\theta})\quad (10)$$

olduğu görülmektedir. (10)'daki ifadenin sağ tarafındaki beklenti değeri, (4)'teki alınan sinyal modeli kullanılarak ve yine  $\boldsymbol{\theta}$ 'dan bağımsız terimler atılarak,

$$E_{\mathbf{s}}\{\ln p(\mathbf{y}|\boldsymbol{\theta}, \mathbf{s})|\mathbf{y}, \boldsymbol{\theta}^{(i)}\} \sim \frac{1}{N_0} [\mathbf{y}^\dagger \boldsymbol{\Psi} \boldsymbol{\mu}_s^{(i)} + \boldsymbol{\mu}_s^{(i)\dagger} \boldsymbol{\Psi}^\dagger \mathbf{y}]\quad (11)$$

biçiminde elde edilir. Burada  $\boldsymbol{\mu}_s^{(i)}$ , verilen bir  $\boldsymbol{\theta}^{(i)}$  için  $\mathbf{s}$  vektörünün sonsal beklenti değerini göstermektedir ve

$$\begin{aligned}\boldsymbol{\mu}_s^{(i)} &= E\{\mathbf{s}|\mathbf{y}, \boldsymbol{\theta}^{(i)}\} \\ &= \mathbf{s}_p + \frac{1}{N_0} \boldsymbol{\Sigma}_s^{(i)} \boldsymbol{\Psi}^{(i)\dagger} (\mathbf{y} - \boldsymbol{\Psi}^{(i)} \mathbf{s}_p)\end{aligned}\quad (12)$$

olarak ifade edilmektedir. Bu ifadedeki  $\boldsymbol{\Sigma}_s^{(i)}$ , verilen bir  $\boldsymbol{\theta}^{(i)}$  için  $\mathbf{s}$  vektörünün sonsal kovaryans matrisi olup

$$\begin{aligned}\boldsymbol{\Sigma}_s^{(i)} &= E\{\mathbf{s}\mathbf{s}^\dagger|\mathbf{y}, \boldsymbol{\theta}^{(i)}\} \\ &= \boldsymbol{\Sigma}_s^{(0)} \left( \mathbf{I}_N + \frac{1}{N_0} \boldsymbol{\Sigma}_s^{(0)} \right)^{-1}\end{aligned}\quad (13)$$

olarak elde edilmektedir. Ayrıca,  $\Sigma_s^{(0)}$ ,  $s$  vektörünün önsel kovaryans matrisini göstermektedir. (4) denkleminde  $\theta \sim N(0, \Sigma_\theta)$  olduğu ve  $\Sigma_\theta$  matrisinde (6)'da verildiği akıldan tutarak  $\theta$ 'nin logaritmik olasılık yoğunluk fonksiyonu

$$\ln p(\theta) \sim \theta^T \Sigma_\theta^{-1} \theta \quad (14)$$

şeklinde ifade edilir. Son olarak, (11) ve (14) denklemlerini (10)'da yerine yazarak  $Q(\theta|\theta^{(i)})$  fonksiyonu

$$Q(\theta|\theta^{(i)}) \sim \frac{1}{N_0} [\mathbf{y}^\dagger \Psi \mu_s^{(i)} + \mu_s^{(i)\dagger} \Psi^\dagger \mathbf{y}] - \theta^T \Sigma_\theta^{-1} \theta \quad (15)$$

olarak elde edilir.

**B) Enbüyükleme-Adımı:** Algoritmanın *Enbüyükleme-Adımı*'nda (8)'deki logaritmik olasılık yoğunluk fonksiyonunun beklenti değeri, kestirilmek istenen  $\theta$ 'ya göre aşağıdaki gibi enbüyüklenerek faz gürültüsü kestirimi için güncelleme kuralı ortaya konulmaktadır.

$$\theta^{(i+1)} = \arg \max_{\theta} Q(\theta|\theta^{(i)}) \quad (16)$$

(15)'de elde edilen  $Q(\theta|\theta^{(i)})$  fonksiyonu aşağıda görüldüğü gibi  $\theta$ 'ya göre enbüyüklenir :

$$\begin{aligned} \left. \frac{\partial Q(\theta|\theta^{(i)})}{\partial \theta} \right|_{\theta=\theta^{(i+1)}} &= -\frac{2}{N_0} \text{Im} [\text{diag}(\mathbf{y}^* \odot \mu_s^{(i)}) \boldsymbol{\eta}^{(i+1)}] \\ &\quad - 2 \Sigma_\theta^{-1} \theta^{(i+1)} \\ &= 0. \end{aligned} \quad (17)$$

Burada  $(\cdot)^*$  kompleks eşlenik operatörünü ve  $\odot$  eleman-eleman çarpımı göstermektedir. Ayrıca,  $\boldsymbol{\eta}^{(i+1)} = [e^{j\theta^{(i+1)}(0)}, e^{j\theta^{(i+1)}(1)}, \dots, e^{j\theta^{(i+1)}(N-1)}]^T$  olarak tanımlıdır. Genel olarak  $|\theta(n)| \ll 1$  olması nedeniyle  $\theta(n)$  için  $\eta(n) = e^{j\theta(n)}$  fonksiyonunu  $\hat{\theta}(n)$ 'de Taylor serisine açarak ve açılımın ilk iki terimini alarak,  $\eta(n)$  fonksiyonunun aşağıda görüldüğü gibi

$$\begin{aligned} \eta(n) &= e^{j\theta(n)}, \quad n = 0, 1, \dots, N-1 \\ &\cong e^{j\hat{\theta}(n)} + j [\theta(n) - \hat{\theta}(n)] e^{j\hat{\theta}(n)} \\ &= [1 - j\hat{\theta}(n)] e^{j\hat{\theta}(n)} + j e^{j\hat{\theta}(n)} \theta(n), \end{aligned} \quad (18)$$

doğrusal yaklaşımı elde edilir. Bu yaklaşımda  $\theta(n) = \theta^{(i+1)}(n)$  ve  $\hat{\theta}(n) = \theta^{(i)}(n)$  olarak ve  $a^{(i)}(n) = [1 - j\theta^{(i)}(n)] e^{j\theta^{(i)}(n)}$ ,  $b^{(i)}(n) = j e^{j\theta^{(i)}(n)}$  tanımları verilerek, (18) denklemini aşağıdaki gibi yeniden düzenlenir:

$$\eta^{(i+1)}(n) \cong a^{(i)}(n) + b^{(i)}(n) \theta^{(i+1)}(n). \quad (19)$$

$\mathbf{a}^{(i)} = [a^{(i)}(0), a^{(i)}(1), \dots, a^{(i)}(N-1)]^T$  ve  $\mathbf{b}^{(i)} = [b^{(i)}(0), b^{(i)}(1), \dots, b^{(i)}(N-1)]^T$  tanımları verilerek, (19) eşitliği vektör boyutunda aşağıdaki gibi elde edilir:

$$\boldsymbol{\eta}^{(i+1)} \cong \mathbf{a}^{(i)} + \text{diag}(\mathbf{b}^{(i)}) \boldsymbol{\theta}^{(i+1)}. \quad (20)$$

(20) denklemini (17) denkleminde yerine konulup çözüldüğünde,

faz gürültüsü kestirimi için güncelleme kuralı aşağıdaki gibi bulunur:

$$\boldsymbol{\theta}^{(i+1)} = -\mathbf{T}^{(i)-1} \mathbf{v}^{(i)}. \quad (21)$$

Burada  $\mathbf{T}^{(i)}$  matrisi ve  $\mathbf{v}^{(i)}$  vektörü

$$\begin{aligned} \mathbf{T}^{(i)} &= \left( \text{Im} [\text{diag}(\mathbf{y}^* \odot \mu_s^{(i)}) \mathbf{b}^{(i)}] + N_0 \Sigma_\theta^{-1} \right)^{-1}, \\ \mathbf{v}^{(i)} &= \text{Im} [\text{diag}(\mathbf{y}^* \odot \mu_s^{(i)}) \mathbf{a}^{(i)}] \end{aligned} \quad (22)$$

olarak tanımlıdır.

**C) İlk Değerlerin Belirlenmesi :** Alıcıda pilot simge konumlarındaki faz gürültüsü değerleri şu şekilde hesaplanmaktadır,

$$\boldsymbol{\theta}^{(0)}(n) = \arg \left( \frac{y(n)}{s_p(n)} \right), \quad n \in \{0, \Delta, 2\Delta, \dots, (P-1)\Delta\}. \quad (23)$$

Faz gürültüsünün veri konumlarındaki ilk değerleri (23)'de elde edilen pilot konumlarındaki ilk değerlerinin kübik enterpolasyonu yardımıyla belirlenmektedir.

## 4. Benzetim Örneği

Bu bölümde, önerilen algoritmanın, faz gürültüsü kestirimcisi ve kaynak sinyali sezimleyicisinin OKH başarımları bilgisayar benzetimleriyle ortaya konulmuştur.

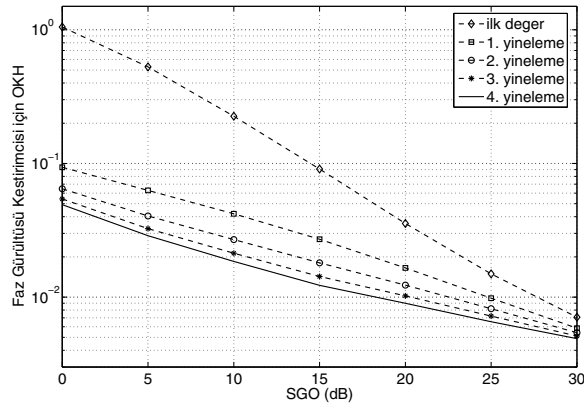
Şekil 1'de faz gürültüsü kestirimcisinin OKH başarımı, türlü sinyal gürültü oranı (SGO) değerleri için, pilot aralığı 4 ve iletilen veri adeti 256 seçilerek gösterilmiştir. Şekilden de görülebileceği gibi hata oranı birinci yineleme adımında önemli ölçüde azalmış, her yinelemede azalma göstererek 4. yinelemede bir hata sınırına azalarak yakınsamıştır. Ayrıca beklendiği üzere SGO değerinin artmasıyla hata oranının azaldığı görülmektedir.

Şekil 2'de kaynak sezimleyicisinin OKH başarımı gösterilmiştir. Burada da yineleme sayısına karşın hata oranındaki düşüş açıkça görülmektedir. Hata oranı SGO oranının artmasıyla azalmakta ve gene 4. yinelemede belirli bir hata sınırına azalarak yakınsamaktadır.

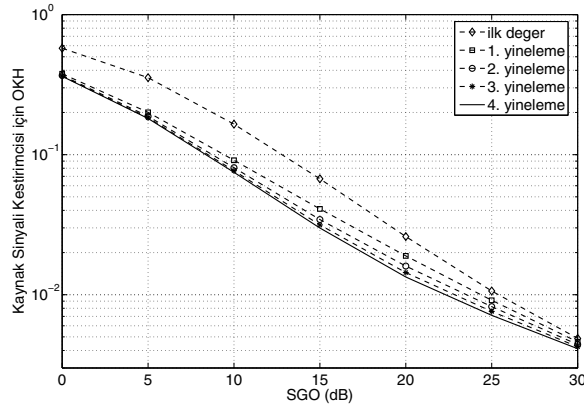
Şekil 3'de ise faz gürültüsü kestirimcisinin OKH başarımı türlü pilot aralıkları kullanılarak 3 farklı SGO değeri için gösterilmiştir. Şekilden pilot aralığının fazla seçilmesinin sistemin başarımını olumsuz yönde etkilediği açık olarak görülmektedir. Ayrıca, pilot aralığının 8'den büyük değerleri için, hatanın daha doğrusal bir artış sergilediği gözlenmektedir. Buradan, pilot aralığının en fazla 8 seçilmesinin uygun olduğu sonucuna varılmaktadır.

## 5. Sonuçlar

Bu çalışmada, kaynak sezimlemesi ve faz gürültüsü kestirimi için EM tabanlı bir algoritma önerilmiş ve elde edilen analitik sonuçlar bilgisayar benzetimleriyle desteklenmiştir. Yinelemeli bir algoritma olan EM algoritmasının her bir yinelemede, özellikle düşük SGO değerlerinde, OKH üzerindeki azaltıcı etkisi gösterilmiştir. Ayrıca, faz gürültüsü kestirimcisinin seçilen pilot aralığına bağlı OKH başarımı incelenmiş ve bu sistem için optimal bir pilot aralığı belirlenmiştir.



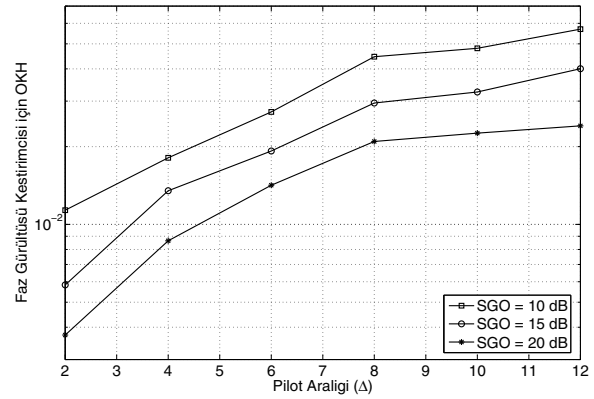
Şekil 1: Faz Gürültüsü Kestirimcisinin OKH başarımı,  $N = 256$ ,  $\sigma_u = 3^\circ$ ,  $\Delta = 4$ .



Şekil 2: Kaynak Sinyali Sezimleyicisinin OKH başarımı,  $N = 256$ ,  $\sigma_u = 3^\circ$ ,  $\Delta = 4$ .

## 6. Kaynakça

- [1] M. Moeneclaey H. Meyr and S. A. Fechtel, *Digital Communication Receivers: Synchronization, Channel Estimation, and Signal Processing*, Wiley Series in Telecommunications and Signal Processing, USA, 1998.
- [2] U. Mengali and A. N. D'Andrea, *Synchronization Techniques for Digital Receivers*, Plenum Press, New York, NY, 1997.
- [3] V. Lottici L. Benvenuti, L. Giugno and M. Luise, "Codeaware carrier phase noise compensation on turbo-coded spectrally-efficient high-order modulations," in *8th International Workshop on Signal Processing for Space Communications (SPSC '03)*, vol. 1, pp. 177-184, Catania, Italy, September 2003.
- [4] A. Barbieri G. Colavolpe and G. Cairei, "Algorithms for iterative decoding in the presence of strong phase noise," *IEEE Journal on Selected Areas in Communications*, vol. 23, no. 9, pp. 1748-1757, September 2005.
- [5] H.V. Poor, "On parameter estimation in ds/ssma formats," in *Proc. Advances in Communications and Control Systems, Baton Rouge, LA*, October 1988.
- [6] G.K. Kaleh, "Joint decoding and phase estimation via the expectation-maximization algorithm," in *Proc. Int. Symp. on Information Theory*, San Diego, CA, January 1990.



Şekil 3: Faz Gürültüsü Kestirimcisi için OKH - Pilot Aralığı benzetim sonuçları,  $N = 256$ ,  $\sigma_u = 3^\circ$ .

- [7] C. N. Georghiades and D. L. Snyder, "The expectation-maximization algorithm for symbol unsynchronized sequence detection," *IEEE Trans. Commun.*, vol. 39, pp. 54-61, January 1991.
- [8] S. M. Zabin and H. V. Poor, "Efficient estimation of class a noise parameters via the em algorithm," *IEEE Trans. Inform. Theory*, vol. 37, pp. 60-72, January 1991.