

**TÜB TAK**  
**PROJE ÖZET B LG FORMU**

Proje Yürütücüsü:	SABR GÖKMEN
Proje No:	218K328
Proje Ba lı : :	Geometrik Örüntüye Dayalı Mukarnasların Tasarım Süreçlerinin Hesaplamalı Araçlar Geli tirilerek Çözümlemesi
Proje Türü:	3501 - Kariyer
Proje Süresi:	22
Ara tırmacılar:	SEMA ALAÇAM
Danı manlar:	
Projenin Yürütüldü ü Kurulu ve Adresi:	KAD R HAS Ü. GÜZEL SANATLAR F.
Projenin Ba langıç ve Biti Tarihleri:	01/10/2019 - 01/08/2021
Onaylanan Bütçe:	358020.0
Harcanan Bütçe:	211188.63
Öz:	<p>slam mimarisi günümüzün modüler tasarım süreçleri ve yapım tekniklerini aydınlatacak çok çe itli geometrik desenler ve süslemeler sunmaktadır. Bu unsurlardan biri, kubbelerde, tonozlarda, yapı giri lerindeki yarım kubbelerde, medrese ve camilerin mihraplarında yaygın olarak bulunan ve modüler üretim ve dekorasyonun zengin çözümlerini sunan mukarnastır. Mevcut ara tırmalar, mukarnas tasarımını, sabit bile enlerin kombinasyonlarını içeren etaplı bir modelleme problemi olarak ele almaktadır. Bu yöntemle kıyasla geli tirilen ara tırma projesi, tek merkeze dayalı mukarnas kubbe yapıların kendini tekrarlayan geometrik katmanlardan olu an bir hesaplama süreci (fraktal) olarak ele almaktadır. Bu hipotezle mukarnaslar bir parçalanma ve kendini türetme problemi olarak dü ünülerek geometrik çözümlenme sa layan bir hesaplama altyapısıyla ara tırılmış tır.</p> <p>Projenin özgünlü ü, mukarnas yapılarının tasarımını ve modellemesini kolayla tıran hesaplamalı modelleme araçları üretmek ve bu araçların farklı tasarım problemlerinde kullanılmasını sa lamaktır. Tarihsel mimari eserlere yönelik dijital bakı açısıyla hazırlanan bu ara tırma, ülkemizdeki kültürel mirasın analizinde teknolojik araçlar kullanılarak kapsamlı bir çözümlenme getirebilmeyi, var olan yapı envanterini birbiriyle yeniden ili kilendirebilecek özgün bir yakla ım sunmayı ve geleneksel yapı elemanlarından olan mukarnasların ça da kullanımını canlandırabilecek geometrik kuralları ve tasarım araçlarını geli tirmeyi amaçlamaktadır.</p> <p>Proje kapsamında mukarnaslarda bulunan matematiksel ve hesaplama dayalı tasarım kuralları kural bazlı çözümlenme ve hesaplamalı modelleme yöntemleriyle ele alınmış ve çözümlenmiştir. Bunun yanı sıra fotogrametri, hesaplamalı analiz, parametrik modelleme ve algoritma geli tirilmesi alanlarını birbirine ba layabilecek özgün bir yöntem geli tirilmiştir ve bu yöntem sayesinde Kayseri ve Sivas'ta bulunan birçok mukarnas yapısı analiz edilmiştir. Ortaya çıkan süreçte Anadolu Selçuklu mimarisi'ndeki mukarnasların üretim dilini tarifleyen ortak bir geometrik dil oldu u saptanmış ve kültürel miras yapılarındaki hesaplama yöntemlerini birbiriyle ili kilendirebilecek bir mukarnas kodlama altyapısı tariflenmiştir. Bu sayede yapıların restorasyon, görselleme, mimari çizim ve modellerinin üretilmesinin yanı sıra, tipolojik kıyaslanmasını mümkün kılacak özgün bir yakla ım geli tirilmiştir.</p>

Abstract:	<p>Islamic architecture offers a wide variety of geometric patterns and ornaments that can illuminate today's modular design processes and construction techniques. One of these elements is muqarnas, which is widely found in domes, vaults, semi-domes at building entrances, mihrabs of madrasas and mosques, and offers rich solutions for modular production and decoration. Current studies consider muqarnas design as an incremental modeling problem involving combinations of fixed components. In contrast, this research project investigates stalactite dome structures based on a single center as a computational process (fractal) consisting of repetitive geometric layers. With this hypothesis, muqarnas is studied as a fragmentation and generative problem that can be investigated within a computational approach via geometric modeling and analysis.</p> <p>The original contribution of the project is to produce computational tools that facilitate the design and modeling of muqarnas structures. This research, prepared with a digital perspective on historical architectural works, aims to provide a comprehensive analysis by using technological tools for the analysis of cultural heritage in our country, to present an original approach that can re-link the existing building inventory with each other, and to develop geometric rules and design tools that can revive the contemporary use of muqarnas, which has been one of the traditional building elements.</p> <p>Within the scope of the project, the mathematical and computational design rules of the muqarnas are analyzed with rule-based analysis and parametric coding methods.</p> <p>Furthermore, a unique methodology has been developed that can connect the fields of photogrammetry, computational analysis, parametric modeling and algorithm development, and many muqarnas structures in Kayseri and Sivas have been analyzed by this outlook. It is found that there is a common geometric language describing the production language of the muqarnas in the Anatolian Seljuk architecture and this infrastructure can help associate and compare the design methods used among a variety of cultural heritage structures. In this way, a computational approach has been developed that will enable the restoration, visualization, production of architectural drawings and models of buildings, as well as potential typological comparisons.</p>
Anahtar Kelimeler:	Mukarnas, Anadolu Selçuklu mimarisi, hesaplamalı tasarım, algoritma, fotogrametri
Fikri Ürün Bildirim Formu Sunuldu Mu?:	Evet



# **Geometrik Örüntüye Dayalı Mukarnasların Tasarım Süreçlerinin Hesaplamalı Araçlar Geliştirilerek Çözülmesi**

**Program Kodu: 3501**

**Proje No: 218K328**

Proje Yürütücüsü:  
**Dr. Öğr. Üyesi Sabri Gökmen**

Araştırmacı:  
Doç. Dr. Sema Alaçam

Bursiyer(ler):  
Sevgi Altun  
Mustafa Cem Güneş  
Yusuf Aykın  
Altan Başık

Eylül 2021  
İSTANBUL



## ÖZSÖZ

Ülkemizdeki tarihsel yapılar arasında önemli bir yere sahip olan Anadolu Selçuklu dönemine ait yapılardaki mukarnaların günümüzde ortaya çıkan yeni teknolojik araç ve yöntemlerle analiz edilmesini içeren bu araştırma projesi, Kayseri ve Sivas'ta bulunan birçok farklı mukarnas dokusunu kapsamlı bir biçimde çalışarak, hesaplamalı modelleme ve analiz araçları geliştirmiştir. Özellikle kültürel miras yapılarının hesaplamalı araçlarla çalışılmasını sağlayacak bu yöntem sayesinde, coğrafyamızda bulunan geometrik örüntüler içeren yapı sistemlerini günümüze taşıyabilecek hesaplamalı tasarım araçları geliştirme konusunda özgün bir çalışma ortaya konmuştur.

Çalışma 218K328 numaralı TÜBİTAK 3501 projesi olarak desteklenmiştir. Proje 1 Ekim 2019 – 1 Ağustos 2021 tarihleri arasında Kadir Has Üniversitesi'nde gerçekleştirilmiştir.

Proje kapsamında Anadolu Selçuklu dönemine ait Kayseri ve Sivas'ta belirlenen 16 farklı yapı saha gezisi kapsamında belgelenmiş ve analiz edilmiştir. Bu yapılardan 22 farklı mukarnas yapısı fotoğraf ve fotogrametri yöntemiyle belgelenmiş ve 18 farklı mukarnasın dijital ortamda çizim ve modelleri hazırlanmıştır. Mukarnaların analizinde projenin hipotezinde yer alan simetri ve büyüme odaklı hesaplamalı analiz yöntemi geliştirilmiş ve belgelenen yapıların diyagramları, dijital çizim ve modelleri hazırlanmıştır. Ortaya çıkan veriler üzerinden mukarnaların geometrilerini tarifleyen üretim kuralları belirlenmiş ve parametrik kodlama yöntemleri geliştirilmiştir. Algoritma geliştirilmesi sürecinde elde edilen veriler tekrar incelendiğinde dört farklı mukarnasta ortak bir geometrik dil olduğu saptanmış ve döngüsel bir yöntemle mukarnaslar için parametrik bir kod üretilmiştir.

Araştırmanın sonuçlarının, bu raporun yanı sıra ulusal ve uluslararası araştırmacılarla paylaşılması hedeflenerek proje süresince geliştirilen yöntem, analiz, hesaplamalı modelleme, fotogrametri ve dijital modelleri içeren çalışmalar üretilmiştir. Bu kapsamda iki adet uluslararası hakemli dergi yayını, bir adet ulusal hakemli bildiri, bir adet ulusal çalıştay ve bir adet uluslararası sempozyum organize edilmiştir. Organize edilen çalıştay kapsamında proje süresince geliştirilen analizler ve hesaplamalı modelleme yöntemleri katılımcılarla paylaşılmış ve proje kapsamının dışındaki mukarnas yapıları da incelenmiştir. Sempozyum kapsamında araştırmanın genel perspektifi kültürel miras ve teknoloji kesişiminde çalışan uluslararası uzmanlarla tartışılmıştır.

Projenin son etabında hazırlanan çalışmalar arasından sempozyuma katılarak değerli bilgilerini bizimle paylaşan Prof. Dr. Ali Uzay Peker, Prof. Dr. Mine Özkar, Doç. Dr. Craig S. Kaplan ve Dr. Mostafa Alaniyle birlikte; hazırlanan çalıştay kapsamında çalışmada bulunan tüm katılımcı ve öğrencilerimize teşekkür ederiz.





## İÇİNDEKİLER

ÖNSÖZ	2
İÇİNDEKİLER	3
TABLO LİSTESİ	5
ŞEKİL LİSTESİ	6
ÖZET	8
ABSTRACT	9
1. GİRİŞ	10
2. LİTERATÜR ÖZETİ	11
2.1. İslam Mimarisi ve Geometri	12
2.2. Anadolu Selçuklu Mimarisi ve Mukarnas	14
2.3. Mukarnasların Geometrik Çözümüyle ilgili Çalışmalar	16
2.4. Simetri ve Büyüme Tabanlı Algoritma Yaklaşımları	20
2.5. Hesaplamalı Modelleme I: L-Sistemler	21
2.6. Hesaplamalı Modelleme II: Özyineleme, fraktaller ve örüntü	23
3. GEREÇ VE YÖNTEM	25
3.1. Metodoloji	25
3.2. Yapı Envanteri, Kaynak taraması ve dijital verilerin derlenmesi	26
3.3. Saha Araştırması ve Fotogrametri	27
3.4. Dijital Modelleme Süreci	28
3.5. Mukarnasların hesaplamalı olarak analizi ve incelenmesi	29
3.5.1. Mukarnasların simetri ve büyüme analizi	29
3.5.2. Mukarnaslarda kullanılan trigonometrik oranlar	32
3.5.3. Sekizgen simetrisine sahip mukarnas tipleri	32
3.6. Mukarnasların hesaplamalı olarak çözümlenmesi ve modellenmesi	33
3.6.1. Döngüsel algoritma oluşturma	33
3.6.2. Karakter katarıyla hesaplama ve L-sistem	34
3.6.3. Örüntü saptama içeren M-sistem yaklaşımı	35
4. BULGULAR	35
4.1. Mukarnaslardaki geometrik örüntülerin ve tasarım kurallarının saptanması	36
4.1.1. Sivas Sifaiye Medresesi	36
4.1.2. Sivas Çifte Minareli Medrese	37
4.1.3. Kayseri Hacı Kılıç Cami	38
4.1.4. Kayseri Gevher Nesibe Medresesi	39



4.2. Mukarnaslardaki trigonometrik oranların analizi ve ilişkileri	40
4.3. Hesaplamalı mukarnas modelleme yöntemi geliştirilmesi (M-sistem)	41
4.4. Mukarnasın parametrik olarak üretilmesi ve varyasyon türetilmesi	42
5. TARTIŞMA	44
6. SONUÇ VE ÖNERİLER	45
KAYNAKLAR	47
EKLER	51



## TABLO LİSTESİ

<b>Tablo 1.</b> Görsel, Alaçam ve diğ. (2017) de yer alan “Mukarnas Çalışmalarının on yıllık dönemlere dayalı olarak eşikleri” başlıklı tablosundan uyarlanmıştır.	16
<b>Tablo 2.</b> Mukarnasın temel bileşenleri.	17
<b>Tablo 3.</b> Araştırma kapsamında incelenen yapı listesi	27
<b>Tablo 4.</b> Araştırma kapsamında fotogrametrik olarak çekilen mukarnasların yapı ve şehir özelinde dağılımı.	28
<b>Tablo 5.</b> Gülük Cami Mukarnasının fotogrametrik taramadan 3B modelinin ve çizimlerinin üretilme aşamaları.	29
<b>Tablo 6.</b> Gülük Cami Mukarnasında yapılan simetrik analiz çalışmaları	30

## ŞEKİL LİSTESİ

<b>Şekil 1.</b> Proje kapsamında taranan literatürün kronolojik ve tematik olarak sınıflandırılması.	11
<b>Şekil 2.</b> İsfahan Ulu Camisi'nden Sekizgen Örüntüler (Güzelci ve Alaçam, 2019: 194).	12
<b>Şekil 3.</b> İsfahan Ulu Camisi'nden Mukarnas ve Bezeme Örnekleri (Fotoğraf: Sema Alaçam, 2016).	12
<b>Şekil 4.</b> İslami bezemelerde görülen 5 tip simetri grubunun gösterimi (Alani, 2018:38).	13
<b>Şekil 5.</b> Taht-Süleyman buluntusunun (Harb, 1978; Harmsen, 2006) ve geometrik örüntüsünün çizimi (Harmsen, 2006).	17
<b>Şekil 6.</b> Mukarnasta badem, bademin tamamlayıcısı ve eşkenar dörtgen şekiller (Dold-Samplonius, 1992:213).	18
<b>Şekil 7.</b> Mukarnas elemanının algoritmik modele aktarılmasında diyagramatik temsil denemeleri (Harmsen, 2006).	19
<b>Şekil 8:</b> Dallanma süreçlerinin diyagramatik ve algoritmik temsilleri (Lindenmayer, 1968: 310).	21
<b>Şekil 9a.</b> Büyümekte olan ipliksi bir sistemin dallanma grafiği (Rozenberg ve Salomaa, 2012: 8).	22
<b>Şekil 9b.</b> $a \rightarrow ab$ , $b \rightarrow c$ , $c \rightarrow d$ ve $d \rightarrow \Lambda$ kulları ile üretilen ve içlerinde ölen hücreler de içeren büyüme grafiği (Rozenberg ve Salomaa, 2012: 12).	22
<b>Şekil 10.</b> Dört aşamalı L-Sistemler uygulama örneği (McCormack, 2004: 484).	22
<b>Şekil 11:</b> Kural setleri ve parametreler (O'Reilly ve Hemberg, 2007: 173).	22
<b>Şekil 12:</b> 4 yöne büyüme gösteren bir sistemde büyüme sürecinin kural tabanlı temsil örneği (O'Reilly ve Hemberg, 2007: 172).	23
<b>Şekil 13.</b> Araştırma metodolojisinin iş akış şeması ve programlar arasındaki veri transferleri.	26
<b>Şekil 14a.</b> Hacı Kılıç cami mukarnasına ait M-system büyüme diyagramı. Kırmızı oklar durdurulan büyümeleri, yeşil oklar geometrik kesişimlerde devam eden büyümeleri, mavi oklar ise uzunluk olarak aynı kuralı takip eden ancak harfi değiştirilen büyümeleri göstermektedir.	31
<b>Şekil 14b.</b> Hacı Kılıç cami mukarnasının parametrik olarak üretilmesi. Plan üzerinden gösterilen hareketlerin üç boyutlu eğrisel yüzeylere dönüştürülerek görselleştirilmesi.	31
<b>Şekil 15.</b> Gülük mukarnasının analizde kullanılan birim ölçüler arasındaki trigonometrik ilişkiler.	32
<b>Şekil 16.</b> Proje kapsamında incelenen mukarnalara göre belirlenen 3 farklı büyüme tipolojisi.	33
<b>Şekil 17.</b> Projenin erken safhalarında geliştirilen döngüsel algoritma çalışması.	34
<b>Şekil 18.</b> Hacı Kılıç cami mukarnasının L-sistem benzeri karakter katarı ve dönüşüm kuralları kullanılarak hesaplamalı modellenmesi.	34
<b>Şekil 19.</b> Hacı Kılıç cami mukarnasının M-sistem arayüzünde karakter katar örüntüsü kullanılarak hesaplamalı modellenmesi.	35
<b>Şekil 20.</b> Şifaiye M-sistem diyagramları. Tekrarlanan örüntü plan üzerinden büyüme kuralı kullanarak tariflenmiş, aksonometrik modelde geometrik büyüme hareketleri gösterilmiştir.	37
<b>Şekil 21.</b> Çifte minareli medrese M-sistem diyagramları. Tekrarlanan örüntü plan üzerinden büyüme kuralı kullanarak tariflenmiş, aksonometrik modelde geometrik büyüme hareketleri gösterilmiştir.	38
<b>Şekil 22.</b> Hacı Kılıç Camii M-sistem diyagramları. Tekrarlanan örüntü plan üzerinden büyüme kuralı kullanarak tariflenmiş, aksonometrik modelde geometrik büyüme hareketleri gösterilmiştir.	39

- Şekil 23.** Gevher Nesibe Medresesi'nin M-sistem diyagramları. Tekrarlanan örüntü plan üzerinden büyüme kuralı kullanarak tariflenmiş, aksonometrik modelde geometrik büyüme hareketleri gösterilmiştir. 40
- Şekil 24.** Mukarnaslarda kullanılan birim ölçüler arasındaki trigonometrik ilişkiler. En yaygın oranlar Gri ile işaretlenmiş ve her ikinci kademede ölçeklenerek harmonik ilişkiler tariflenmiştir. 41
- Şekil 25.** M-Sistem hesaplama kuralları. 42
- Şekil 26.** M-Sistem varyasyonlarının aksonometrik görünüşleri ve parametreleri (O: ortogonal aks karakter örüntüsü, D: diyagonal aks karakter örüntüsü, S: İkincil aks karakter örüntüsü, T: üçgen bağlantı tipini gösterir). 43



## ÖZET

İslam mimarisi günümüzün modüler tasarım süreçleri ve yapım tekniklerini aydınlatacak çok çeşitli geometrik desenler ve süslemeler sunmaktadır. Bu unsurlardan biri, kubbelerde, tonozlarda, yapı girişlerindeki yarım kubbelerde, medrese ve camilerin mihraplarında yaygın olarak bulunan ve modüler üretim ve dekorasyonun zengin çözümlerini sunan mukarnastır. Mevcut araştırmalar, mukarnas tasarımını, sabit bileşenlerin kombinasyonlarını içeren etaplı bir modelleme problemi olarak ele almaktadır. Bu yöntemle kıyasla geliştirilen araştırma projesi, tek merkeze dayalı mukarnas kubbe yapıların kendini tekrarlayan geometrik katmanlardan oluşan bir hesaplama süreci (fraktal) olarak ele almaktadır. Bu hipotezle mukarnaslar bir parçalanma ve kendini türetme problemi olarak düşünülerek geometrik çözümlere sağlayan bir hesaplama altyapısıyla araştırılmıştır.

Projenin özgünlüğü, mukarnas yapılarının tasarımını ve modellemesini kolaylaştıran hesaplamalı modelleme araçları üretmek ve bu araçların farklı tasarım problemlerinde kullanılmasını sağlamaktır. Tarihsel mimari eserlere yönelik dijital bakış açısıyla hazırlanan bu araştırma, ülkemizdeki kültürel mirasın analizinde teknolojik araçlar kullanılarak kapsamlı bir çözümlere getirebilmeyi, var olan yapı envanterini birbiriyle yeniden ilişkilendirebilecek özgün bir yaklaşım sunmayı ve geleneksel yapı elemanlarından olan mukarnasların çağdaş kullanımını canlandırabilecek geometrik kuralları ve tasarım araçlarını geliştirmeyi amaçlamaktadır.

Proje kapsamında mukarnaslarda bulunan matematiksel ve hesaplama dayalı tasarım kuralları kural bazlı çözümlere ve hesaplamalı modelleme yöntemleriyle ele alınmış ve çözümlenmiştir. Bunun yanı sıra fotogrametri, hesaplamalı analiz, parametrik modelleme ve algoritma geliştirilmesi alanlarını birbirine bağlayabilecek özgün bir yöntem geliştirilmiş ve bu yöntem sayesinde Kayseri ve Sivas'ta bulunan birçok mukarnas yapısı analiz edilmiştir. Ortaya çıkan süreçte Anadolu Selçuklu mimarisi'ndeki mukarnasların üretim dilini tarifleyen ortak bir geometrik dil olduğu saptanmış ve kültürel miras yapılarındaki hesaplama yöntemlerini birbiriyle ilişkilendirebilecek bir mukarnas kodlama altyapısı tariflenmiştir. Bu sayede yapıların restorasyon, görselleme, mimari çizim ve modellerinin üretilmesinin yanı sıra, tipolojik kıyaslanmasını mümkün kılacak özgün bir yaklaşım geliştirilmiştir.

**Anahtar Kelimeler:** Mukarnas, Anadolu Selçuklu mimarisi, hesaplamalı tasarım, algoritma, fotogrametri



## ABSTRACT

Islamic architecture offers a wide variety of geometric patterns and ornaments that can illuminate today's modular design processes and construction techniques. One of these elements is muqarnas, which is widely found in domes, vaults, semi-domes at building entrances, mihrabs of madrasas and mosques, and offers rich solutions for modular production and decoration. Current studies consider muqarnas design as an incremental modeling problem involving combinations of fixed components. In contrast, this research project investigates stalactite dome structures based on a single center as a computational process (fractal) consisting of repetitive geometric layers. With this hypothesis, muqarnas is studied as a fragmentation and generative problem that can be investigated within a computational approach via geometric modeling and analysis.

The original contribution of the project is to produce computational tools that facilitate the design and modeling of muqarnas structures. This research, prepared with a digital perspective on historical architectural works, aims to provide a comprehensive analysis by using technological tools for the analysis of cultural heritage in our country, to present an original approach that can re-link the existing building inventory with each other, and to develop geometric rules and design tools that can revive the contemporary use of muqarnas, which has been one of the traditional building elements.

Within the scope of the project, the mathematical and computational design rules of the muqarnas are analyzed with rule-based analysis and parametric coding methods. Furthermore, a unique methodology has been developed that can connect the fields of photogrammetry, computational analysis, parametric modeling and algorithm development, and many muqarnas structures in Kayseri and Sivas have been analyzed by this outlook. It is found that there is a common geometric language describing the production language of the muqarnas in the Anatolian Seljuk architecture and this infrastructure can help associate and compare the design methods used among a variety of cultural heritage structures. In this way, a computational approach has been developed that will enable the restoration, visualization, production of architectural drawings and models of buildings, as well as potential typological comparisons.

**Keywords:** Muqarnas, Anatolian Seljuk architecture, computational design, algorithm, photogrammetry



## 1. GİRİŞ

Günümüzde mimarlık alanında geliştirilen teknolojik araçlar ve araştırma yöntemleri, coğrafyamızda bulunan kültürel miras yapılarına olan bakış açımızı değiştirmeye başlamıştır. Bu araçlarla artık sadece tarihi yapıların korunması için veri üretmekle kalmıyor, aynı zamanda geliştirilen veri bazlı analiz ve üretim süreçleriyle bu yapıların barındırdığı tasarım ve yapma bilgisini derinlemesine inceleyebilecek yaklaşımlar üretilmektedir. Bu kapsamda ortadoğu, kuzey afrika ve batı asyadaki İslami süsleme alanında yaygın olarak kullanılan mukarnas, bu alandaki çalışmalar için hesaplamalı yöntemlerin geliştirilmesi için geniş bir perspektif sunmaktadır. Ülkemizde Anadolu Selçuklu mimarisine ait birçok kültürel miras yapısında bulunan mukarnas, hesaplamalı tasarım, simetri, geometri İslami süsleme ve yapım tekniği gibi birçok farklı alanı birbiriyle ilişkilendirebilecek yenilikçi yöntem ve verinin üretilebilmesi için seçilmiştir. Bu çalışma kültürel miras ve teknoloji kesişiminde geliştirilen güncel tartışma, araştırma ve çalışmalardan beslenerek yenilikçi ve kapsamlı bir yöntem geliştirmek üzerine kurgulanmıştır (Kashef, 2017, Harmsen, 2006, Dold-Samplonius & Harmsen, 2015, Yaghan, 2010, Alaçam vd., 2017).

Bu çalışmada, 13. yüzyılda inşa edilen Anadolu Selçuklu mimarisine ait mukarnasların tasarımsal üretiminde yer alan üretken prensipleri araştırmak için hesaplamalı bir analiz ve modelleme yöntemi sunmaktadır (Özdural, 1991). Anadolu'daki birçok tarihsel yapıda yaygın olarak bulunan mukarnaslar, medreselerden camilere, türbelerden hanlara kadar pek çok farklı yapı türünde dekoratif yapı elemanı olarak kullanılmıştır. Taş malzemeden üretilmiş olan mukarnaslar, özellikle her bir Selçuklu yapısının özel olarak karakterize edildiği dekoratif bir giriş tonozu olarak üretilmiştir (Bonner, 2017). Bu uygulamanın önemli bir özelliği, simetri, büyüme ve modüler geometri içeren, tek bir merkezden dikey olarak dağılan ve katmanlar arasında tekrar eden parçaların kullanılmasıdır (Joye, 2007; Wely, 2015).

Kültürel miras alanındaki güncel yaklaşımlar, çoğunlukla tarihsel yapıların restorasyonu, görselleştirilmesi ve modellenmesine odaklanırken, bu araştırma kapsamında ek olarak Anadolu Selçuklu mukarnasları üzerinden geliştirilen bir hesaplamalı metodoloji ve algoritma tasarımı tanıtılacaktır (Ağırbaş, 2020; Ağırbaş ve Yıldız, 2021). Dijital miras alanında yapılan mukarnas odaklı çalışmalar incelendiğinde araştırmacıların vektör tabanlı akış şemaları, özyinelemeli parametrik sistemler ve örüntü türlerinin etaplı modellenmesini içeren çalışmalar üretilmiştir (Yaghan, 2010; Hamekasi vd., 2011; Dold-Samplonius ve Harmsen, 2015; Alaçam vd., 2017). Bu çalışmada ise, örüntü bazlı çalışan mukarnaslar simetri ve büyüme prensipleri içeren fraktaller olarak ele alınmış ve özyinelemeli bir algoritma üzerinden modellenerek birbirleriyle ilişkilendirilmiştir.

Ortaya çıkan araştırma, Anadolu Selçuklu mimarisinde bulunan mukarnasların analiz edilmesi için hesaplamalı yöntemleri birbiriyle ilişkilendiren ve üretilen dijital veri üzerinden





## 2.1. İslam Mimarisi ve Geometri

İslam Mimarisi'ndeki gerek yapı gerekse bezeme düzeylerinde geometrinin sofistike kullanımına ilişkin zengin bir mirasın günümüze ulaştığı görülmektedir. İslam Mimarisi'ndeki geometrik örüntülerin tasarımı ve yapımında zanaatkarların teorik geometri bilgisinden yararlandıkları hipotezi (Özdural, 2000), bir yandan dönemin geometri düzeyinin tarihsel bağlamda araştırılmasını teşvik ederken diğer yandan günümüz bilim insanları için geometrik örüntülerin bilgisayar ortamında temsili ve altyapılarını oluşturan ilkelerin irdelenmesine ışık tutmaktadır (Güzelci ve Alaçam, 2019). Bergrenn (2017) 9. ve 14. yüzyıllar arasında yaşamış olan Ortaçağ İslam kültürünün ön plana çıkan 4 ismini, matematik alanına yaptıkları katkılar bağlamında detaylı olarak incelemektedir. Bu isimler El-Harezmi (Al-Khwārizmī, 780-850), El-Biruni (Al-Bīrūnī, 973-1048), Ömer Hayyam (Umar al-Khayyāmī, 1048-1131) ve Gıyaseddin Cemşid El-Kaşi'dir (Al-Kāshī, 1380-1429) (Bergrenn, 2017). Bu isimlere ilaveten "Sanatkarların ihtiyaç duyduğu geometrik çizimler," başlıklı el yazması ile Abu'l-Vefa'nın (940–998) dönemin matematikçilerinin zanaatkarlara kes-ve-yapıştır yöntemiyle geometri öğrettikleri bilinmektedir (Özdural, 2000). Buna ilaveten 11. Yüzyılda İsfahan'da geometri ve matematikçilerin katıldığı bir toplantıda sorulan soru üzerine Ömer Hayyam'ın kübik bir denklemin yardımıyla bir dik üçgen problemini çözdüğünü aktaran isimsiz bir kaynak bulunmaktadır (Özdural, 2000). Şekil 2 ve Şekil 3'te İsfahan'da yer alan İsfahan Ulu Camisi'nden 2 boyutlu ve 3 boyutlu örüntü örnekleri sunulmaktadır.

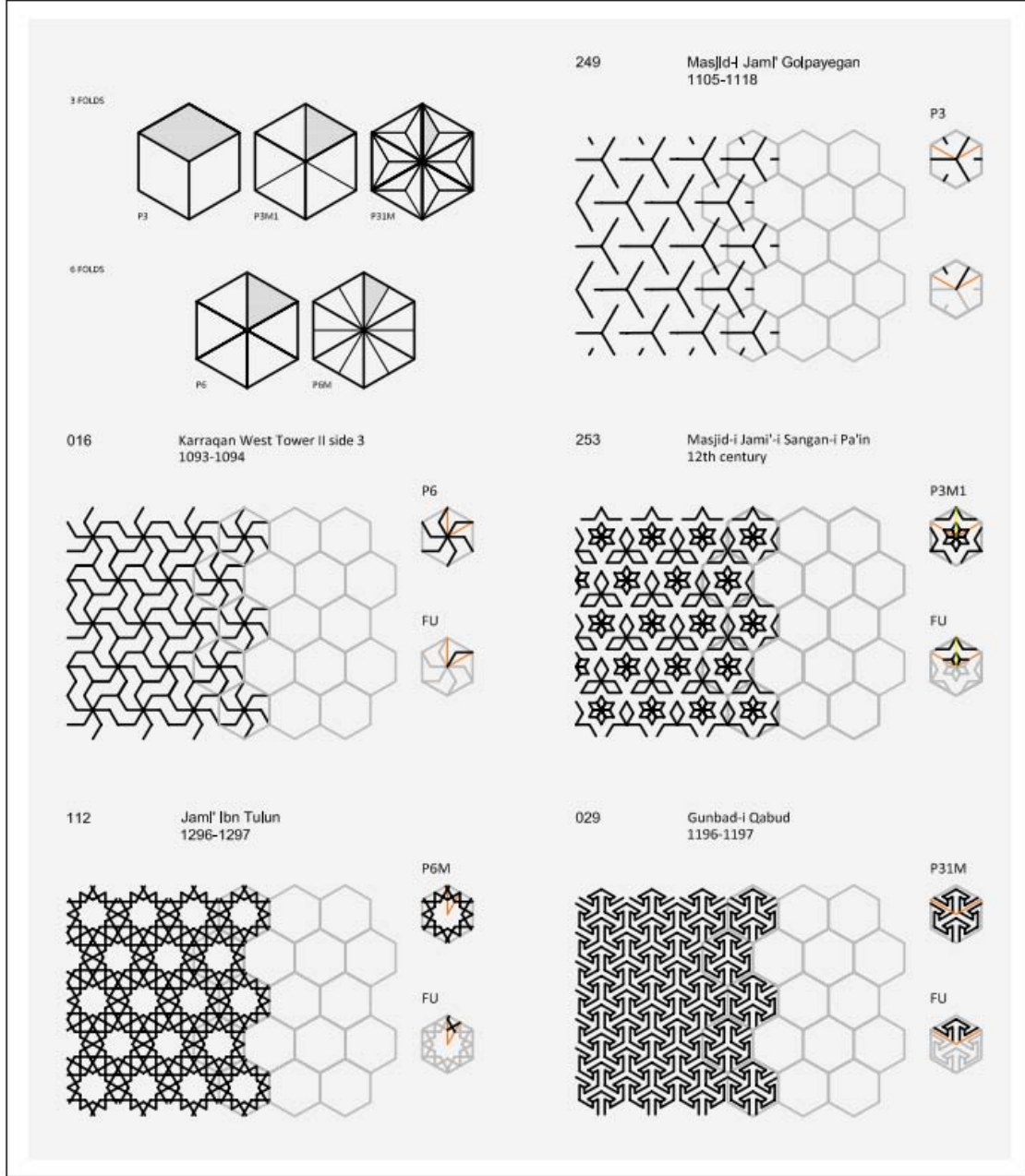


Şekil 2. İsfahan Ulu Camisi'nden Sekizgen Örüntüler (Güzelci ve Alaçam, 2019: 194).



Şekil 3. İsfahan Ulu Camisi'nden Mukarnas ve Bezeme Örnekleri (Fotoğraflar: Sema Alaçam, 2016).

Alani (2018) İslami Geometrik Örüntüleri (IGP-*Islamic Geometric Patterns*) terimini kullanmaktadır (Şekil 4). ISP'nin bilgisayar ortamında parametrik olarak temsiline odaklandığı çalışmasında Alani (2018) 2 boyutlu örüntüleri seçmiş olduğu 5 tip simetri grubu üzerinden çözümlenmektedir. ISP bağlamında İspanya'da yer alan Elhamra Sarayı'nda 17 tip simetri grubunun varlığı ise daha önce tartışılmıştır (Abas ve Salman 1995; Alani, 2018).



**Şekil 4.** İslami bezemelerde görülen 5 tip simetri grubunun gösterimi (Alani, 2018:38).

Abdullahi ve Embi (2013) İslam Mimarisi'nde geometrinin rolünü tarihsel bir perspektiften ele alarak, coğrafya, dönem ve geometrik karmaşıklıkla ilişkilendirerek çeşitli sınıflandırmalar önermektedir. Güney İspanya, Kuzey Afrika, Anadolu ve Ortadoğu'yu içine alan geniş bir coğrafyaya yayılan İslam Mimarisi'nde geometrik örüntü kullanımını, erken dönem (8-

10.yüzyıllar arası), orta dönem (1. Sanatsal hareket, 10-13. yüzyıllar arası) ve geç dönem (2. sanatsal hareket, 13-16. Yüzyıllar arası) olmak üzere 3 ana grupta incelemektedir (Abdullahi ve Embi, 2013). Erken dönemde 6 ve 8-nokta geometrik örüntülerin yaygın olarak kullanıldığı, orta dönemde 9, 10, 11, 12 ve 13-nokta geometrik örüntülerin uygulandığı görülürken coğrafyaya göre geometrik örüntü gelişiminin farklılık taşıdığı vurgulanmaktadır (Abdullahi ve Embi, 2013). Abdullahi ve Embi'nin (2013) çalışmalarında altını çizdikleri diğer bir nokta da İslami Geometrik Örüntü'lerin (IGP-Islamic Geometric Patterns) gelişimi sürecinde Anadolu'da yaygın olarak biçim ve planlama ölçeklerinde özgün katkılar ortaya konulurken yüzey bezemesinin arka planda kaldığı tespitidir. Bu durum, Anadolu'da yer alan İslami Mimari mirasının ele alınmasında salt geometrik bezeme olarak çalışmanın ötesinde mekânsal, mimari eleman düzeyinde ve planlama düzeylerinde farklı bakış açılarından analiz yaklaşımlarını gerekli kılmaktadır.

## 2.2. Anadolu Selçuklu Mimarisi ve Mukarnas

Kuruluşu 11. yüzyılın son çeyreği, çöküş dönemi ise 14. Yüzyıl başı olarak tarihlendirilen (Turan, 1993) Anadolu Selçuklu Devleti döneminde yoğun bir inşaa faaliyeti gerçekleştirilmiştir. Han, hamam, cami, medrese, kervansaray, imaret gibi yapıların geniş bir coğrafyada inşaa edildiği görülmektedir. Selçuklu dönemine ait yapılar belirgin karakteristik özellikler ve benzer geometrik düzenlemeler sunmaktadır (Aslanapa, 1971). Bu yapıların mimari olarak nasıl okunması gerektiği ve içerdikleri anlamlar üzerine farklı yaklaşımlar ve okumalar bulunmaktadır (Peker, 2009). Bu dönemde Sivas, Kayseri, Konya, Erzurum gibi şehirler zamanla İpek Yolu ve ticaret ağlarının bir parçası olarak odak noktası haline gelmiştir (Hakkı, 2007). Kesişim ve kavşak noktalarında yer alan şehirler ile bu şehirler arasındaki bağlantı yolları ticari, sosyal ve kültürel etkileşimin ivme kazanmasının yanısıra mimari üretim faaliyetlerinin de yaygınlaşmasına ve çeşitlenmesine tanıklık etmiştir. Bu çeşitlenme tipolojiden yapım tekniğine, malzeme kullanımından bezeme tiplerine kadar farklı düzeylerde kendini gösterir. Kapsamlı olarak değerlendirildiklerinde Selçuklu yapıları ortak bir felsefe ve sosyal kültür barındırmakta ve bunun mimari üretimi üzerine yansımalarını soyutlanmış geometrik desenler kullanarak sunmaktadır (Ögel, 1966; 1986). Bunun yanında yapılarda kullanılan dekoratif elemanlar orta doğu coğrafyasındaki diğer tarihsel yapılarla paralellik göstermekte ve benzer üretim ve tasarım metotları içermektedir.

Araştırma projesi kapsamında ele alınan yapılar arasında Anadolu Selçuklu dönemi cami, medrese, külliye ve hanları bulunmaktadır. Projenin odağında ise Kayseri ve Sivas'ta inşaa edilmiş olan toplam on altı adet yapının mukarnas bezemeleri yer almaktadır. Anadolu Selçuklu döneminde yapı malzemesi olarak "moloz taş, kesme taş, mermer, tuğla ve



devşirme malzeme” (Şaman Doğan ve Görür, 2007) kullanılırken, bezemelerin kullanımı yaygınlık göstermekte ve kesme taşın ana malzeme olarak tercih edildiği görülmektedir.

Anadolu Selçuklu Dönemi’nde mukarnas kullanımının kendine özgü biçimsel nitelikler ortaya çıkaran bir gelişim göstermesinde en önemli nedenlerden birisinin de malzeme kullanımı olduğu öne sürülmedir (Url-1, 2021). Tuğlanın yanısıra taş kullanımı hem biçim hem de bezeme düzeyinde farklı arayışlara ve uygulamaların zenginleşmesine yol açmıştır. İslam Ansiklopedisi’nde aktarıldığı ifadeyle: “İç mekânda mukarnas, tromptaki yerini pandantifin eğrisel yüzeyine terkederken mihrap kavсарasında tuğla veya taş malzemedeki yerini korumuş, hatta XIII. yüzyıl Selçuklu camilerinde çinili mukarnas bir süre daha kullanılmıştır” (Url-1, 2021). Dış mekanda ise mukarnasın taç kapılarda kullanımı gelişerek devam etmiştir.

Şaman Doğan ve Görür (2007) dönemin bezemelerini/süslemelerini geometrik, bitkisel, yazı, figürlü ve mimari formlar olmak üzere beş başlık altında ele almaktadır. Proje kapsamında incelenen mukarnas elemanı Şaman Doğan ve Görür’ün sınıflandırması bağlamında “mimari formlar” tanımına karşılık gelmesine rağmen, aynı zamanda zengin bir geometrik ve topolojik ilişki içeren barındırarak “geometrik” bezeme niteliği de taşımaktadır. Mukarnasların taçkapılarda, kare ve/veya dikdörtgen plandan kubbeğe geçiş elemanı olarak mekansal ölçekte, konsol ve saçaklarda (Şaman Doğan ve Görür, 2007) ve minare şerefelerinde kullanıldığı görülmektedir.

Mukarnasın hem kelime anlamı hem de ilk ortaya çıkışı konusunda bir görüş birliğine varılamamıştır. Mukarnas terimi “kademeli çıkıntıları olan basamaklı çatma tavan; kubbe; bir başlık türü; rengârenk alacalı işleme” (Url-1, 2021) gibi anlamlar taşımaktadır. Wolfhart Heinrichs farklı dilleri karşılaştırarak, ‘qurnas’, ‘karnasa’, ‘coronis’ ve ‘muqarnas’ kelimelerinin kökeninin ortak olabileceğini öne sürer (Heinrichs, 1997; Alaçam vd., 2017). Süryanice’de geçen ‘qarnes’ kelimesinin çekiç ile işlemek anlamı bulunmaktadır (Alaçam ve diğ., 2017). Bunların yanısıra, mukarnasın sarkıt ve dikitlerle oluşan tonoz (*stalactic vault*) anlamında kullanımı yaygın olarak Kabul görmüştür (Alaçam vd., 2017). Keppel A. Cameron Creswell ise “stalaktit pandantif” olarak adlandırmaktadır (Url-1, 2021). Mukarnasın ilk kullanımı ile ilgili bilinen ilk örnek ise 1085 tarihli Kahire’de yer alan Cüyûşî Camii’ndeki (Bedr el-Cemâlî Meşhedî) minarenin şerefesidir (Url-1, 2021). İslam Ansiklopedisi’nde aktarıldığı kadarıyla, bilinen ilk örneği takip diğer bir uygulama ise yine Kahire’de yer alan 1115 tarihli Akmer Camii’sinin cephesi, niş dolguları ve köşe elemanları olmuştur (Url-1, 2021). Ancak İran konut mimarisinde görülen “boyalı stuko” parçalarının mukarnasın erken dönem uygulaması olabileceğini öne süren tartışmalar da bulunmaktadır (Url-1, 2021). Dold-Samplonius (1992) ise mukarnasın kökenlerinin 4. ile 10. yüzyıllar arasında dayandırılabilirliğini öne sürer. Tabbaa (1985) ise, mukarnas benzeri öğelerin 10. Yüzyılda Kuzeydoğu İran ve Kuzey Afrika’da eş zamanlı ortaya çıktığı önermesini paylaşır, 11. Yüzyıl Selçuklu mukarnaslarını

Kuzeydoğu İran'da ortaya çıkan mukarnas benzeri öğelerin devamı olup olmadığını tartışmaya açar.

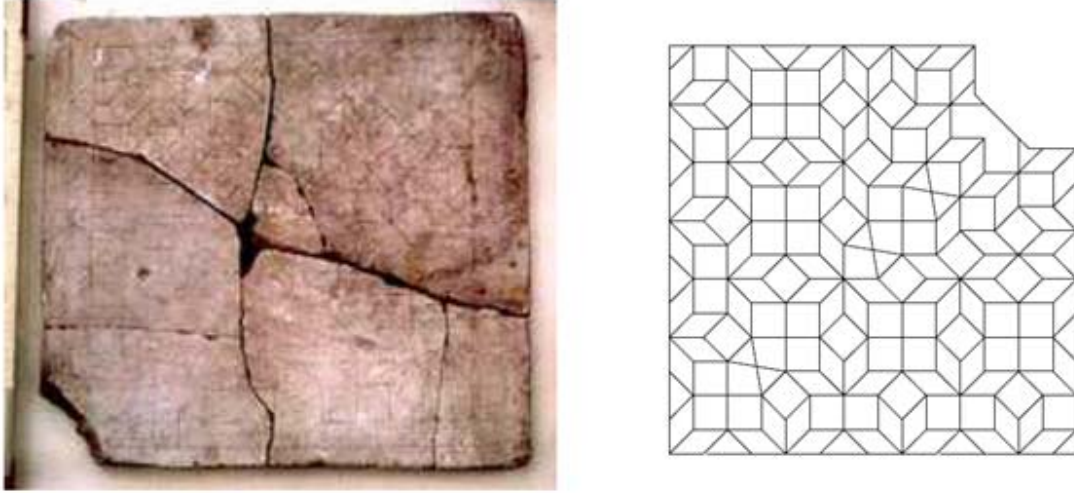
### 2.3. Mukarnasın Geometrik Çözümlemesiyle İlgili Çalışmalar

İslam mimarlığında mimari bir öğe olarak ortaya çıkmış olan mukarnası ele alan çalışmaların büyük bir çoğunluğunda mukarnasın iyi boyutlu bir düzleme izdüşümü alınmış olan plan çizimleri üzerinden çalışıldığı görülmektedir. Alaçam vd. (2017) mukarnas çalışmalarının incelenmesine katkı sunabilecek üç eşik önermektedir (Tablo 1).

**Tablo 1.** Görsel, Alaçam vd. (2017) de yer alan “Mukarnas Çalışmalarının on yıllık dönemlere dayalı olarak eşikleri” başlıklı tablosundan uyarlanmıştır.

Dönem	Yaklaşım	Baskın Özellikler	Çalışmalar
1985-1995	Betimleyici yaklaşım	-Al-Kashi hesaplamalarından yararlanarak mukarnası anlamaya çalışan çalışmalar	Tabbaa, 1985; Özdural, 1991; Dold-Samplonius, 1992; Notkin, 1995
1995-2005	Bileşen tabanlı yaklaşım	-Mukarnası hücre ve dolgu gibi biçime dayalı bileşenler üzerinden inceleyen yaklaşımlar. -İki boyutlu çizimlere dayalı olarak üç boyutlu katı model oluşturan yaklaşımlar.	Yaghan, 2000; Yaghan, 2003; Dold-Samplonius ve Harmsen, 2005.
2005-2015	Panelleme, katmanlarına ayırma ve diyagramlaştırma yaklaşımları	-Grafik (graph) tabanlı yaklaşımlar -Mukarnasın algoritmalar yardımıyla çözümlenmesi, temsili ve yeniden işlenmesi -Bezeme olarak işlev gören mukarnasın performativ ve strüktürel potansiyellerinin irdelenmesi.	Harmsen, 2006; Hensel, 2008; Abbasy-Asbahh, 2013

Mukarnas çalışmaları üzerine yukarıda paylaşılan sınıflandırmanın 2020 yılı itibariyle geçerliliğini koruduğu görülmektedir. Erken dönem (1985 ve öncesi-1995) mukarnas araştırmalarında bulunan mukarnası görsel temsil (fotoğraf ve çizim) üzerinden anlama çabası (Harb, 1978; Sakkal, 1982; Tabba, 1985; Özdural 1991; Dold-Samplonius, 1992; Notkin 1994; Özdural 1995) günümüzde farklı tekniklerle (fotogrametri, lazer tarama, vb.) özellikle restorasyon ve koruma alanlarında (Kashef, 2017; Karabörk vd., 2017; Del ve Tabrizi, 2020; Gámiz-Gordo vd., 2019; Gámiz-Gordo vd., 2020) devam etmektedir.



**Şekil 5.** Taht-Süleyman buluntusunun (Harb, 1978; Harmsen, 2006) ve geometrik örüntüsünün çizimi (Harmsen, 2006).

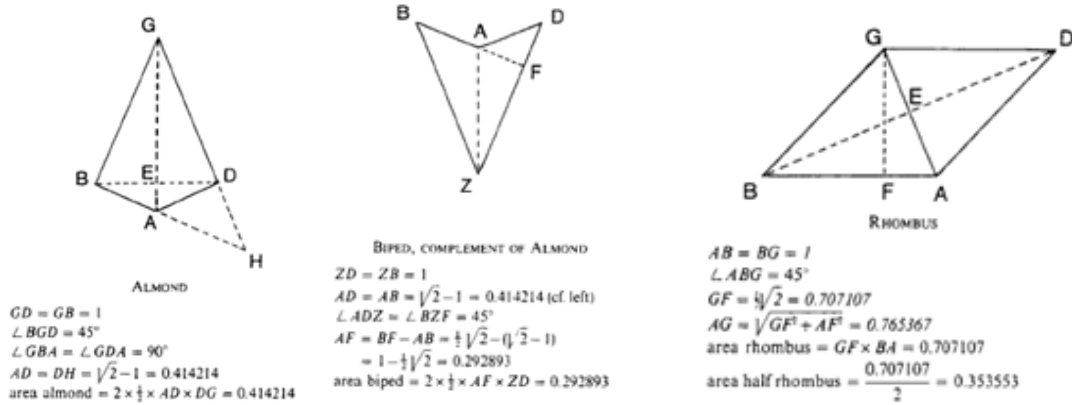
Mukarnas çoğunlukla iki boyutlu plan şemasının zemine çiziminin ardından üçüncü boyuta sahada çıkartılan bir yapım tekniği ile inşaa edilmiş olduğu görülmektedir. Mukarnasın inşaa süreci ile ilgili Harb'in 1978'de yayınladığı "Taht-Süleyman" buluntusu (Şekil 5) önemli ipuçları sağlamıştır. Özdural (2000) ise daha da ileri giderek ABül-Wafa'nın el yazmalarından hareketle, dönemin matematikçilerinin mukarnası inşaa eden ustaya adım adım nasıl 2 boyutlu örüntü oluşturulacağına tarifini aktarmış ve el yazmalarındaki iki bilinmeyenli denklemlerle desteklemiştir. Mukarnasa iki boyutlu geometrik örüntünün çözümlenmesi perspektifinden yaklaşan çalışmaların mimarlık, bilgisayar mühendisliği, matematik ve diğer alanlarda belirli bir yoğunlukta devam ettiği görülmektedir. Bu çalışmaların ortak özelliklerinden biri olarak iki boyutlu mukarnas geometrisinin bilgisayar ortamında grafik olarak temsili göze çarpmaktadır. Bunun yanısıra, soyut bir temsil olan geometriyi somut ve yapıyı çevrede yer alan mukarnas ile ilişkilendirmede, geçmişten gelen tanım ve kabullerden yararlandığı görülmektedir. Mukarnas geometrisini biçime dayalı bileşenler üzerinden inceleyen çalışmalarda rastlanan temel tanım ve kabullerden bazıları aşağıda sıralanmaktadır:

**Tablo 2.** Mukarnasın temel bileşenleri.

	Kavram	Tanım ve Örnekler	Kaynak
1	Şekil (shape)	Mukarnasın 2 boyutlu plan çiziminde birbirlerinden ayrı olarak çeşitli komşuluk ilişkileri içinde bulunan kapalı poligonlara verilen isimler. rhombus", "half rhombus", "biped", uçurtma(kites), badem (almond).	Güzelci ve Alaçam, 2019; Özdural, 2000
2	Eleman (element)	Genellikle 2 boyutlu mukarnas planlarında yer alan ve bir mukarnas birimine denk gelen hücre benzeri çizimler. İki elemanın birbiri ile kesişmediği varsayılır.	Güzelci ve Alaçam, 2019; Özdural, 2000

3	Katman (layer)	Katman tanımı mukarnas elemanının 3. boyutu ile ilgili bir ifadededir. Mukarnasın 2 boyutu bir düzleme izdüşümü alınmış çizimi üzerine 3. boyuttaki değişimin izdüşümünün eklenmesi ile oluşur. Özdural (1991) çalışmasında katman için "course" ifadesini kullanmıştır.	Güzelci ve Alaçam, 2019; Özdural, 1991;
4	Detay Seviyesi	2 boyutlu geometrik örüntünün çözümlenebilmesi için literatürde farklı yaklaşımların bulunduğu görülmektedir. Cromwell (2009) alt parçalara ayırma (subdivision), Penrose (1979) "inflation", Özdural (1991) grid plan-şematik plan-plan çizimi gibi.	Güzelci ve Alaçam, 2019; Cromwell, 2009; Penrose, 1979

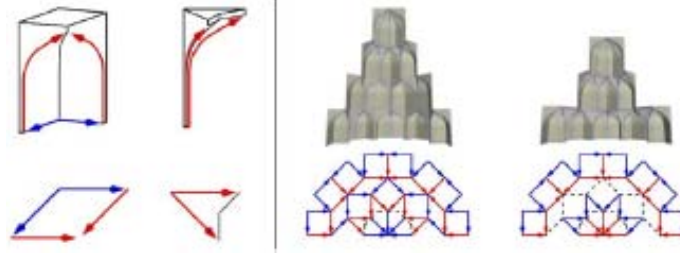
Mukarnası geometri üzerinden çözümlenen çalışmaların çoğunlukla oran-orantı, açı ve simetri gibi niteliklere odaklandığı görülmektedir. Anadolu Selçuklu dönemi mimarlık öğelerinin geometrik çözümlenmesi ile ilgili Tunçer (1982) oldukça detaylı bir çalışma sunmaktadır. Tunçer (1982) incelediği taç kapı örneklerini oran-orantı ve geometrik düzenler bağlamında karşılaştırmalı olarak inceler. Dold-Samplinous (1992) ise, Al-Kashi'nin el yazmalarına bağlı olarak, iki boyutlu mukarnas örüntülerindeki her bir kapalı şekli kendi içerisinde değerlendirerek geometrik ilişkileri sunar (Şekil 6).



**Şekil 6.** Mukarnasta badem, bademin tamamlayıcısı ve eşkenar dörtgen şekiller (Dold-Samplinous, 1992: 213).

Bunların yanısıra iki boyutlu düzleme izdüşürülmüş olan mukarnas örüntüsü üzerinden 3 farklı düzeyde detaylandırma sunan Özdural'ın (1991) çalışması da geometric çözümlenme yapan çalışmalar arasında sıralanabilir. Yaghan'ın (2000) çalışması da mukarnasın olanaklarını iki boyutlu düzleme izdüşürülmüş olan geometrik örüntü üzerinden çözümlenen araştırmalar arasındadır. Alaçam vd. (2017) iki boyutlu geometrik örüntüden üç boyutlu biçime geçişte bir biçim arama aracı olarak mukarnastan yararlanmaktadır. Imani (2017) ise, mukarnasın iki boyutlu geometrik örüntüsünü yine konvansiyonel geometri bileşenlerine ayırdıktan sonra, hesaplamalı tasarım dersinde yeni biçim arayışına bir araç olarak kullanılan denemeler sunmaktadır.





**Şekil 7.** Mukarnas elemanının algoritmik modele aktarılmasında diyagramatik temsil denemeleri (Harmsen, 2006).

Harmsen'in 2006 yılında tamamladığı doktora tezi, mukarnas ögesini diyagramatik bir kodlama ile temsil eden ve geometrik ilişkilerden yeniden biçim üretilebilir algoritmalar oluşturmayı deneyen ilk çalışmalar arasında yer almaktadır (Şekil 7). Güzelci vd. (2020) ise, iki boyutlu mukarnas örüntüsünü alt şekil bileşenlerine ayırarak, parçaların komşuluk ilişkileri ve parça-bütün ilişkisini sayısallaştırarak mukarnas örüntülerinin entropi değerlerinin hesaplanmasını otomatize etmektedir. Aynı zamanda mukarnasın tavan planı fotoğrafından yararlanarak fotoğraftan iki boyutlu örüntüye ve iki boyutlu örüntüden biçimsel alt bileşenlere ayırım ve sonrasında üç düzeyde entropi ölçüm sürecinin otomatize edilmesi algoritmik bir yaklaşım olarak da değerlendirilebilir (Güzelci vd., 2020).

Algoritma kelime anlamı itibariyle, bütünsel bir sürecin sonlu adımlarla ifade edilmesidir. Bütünsel bir süreç analog yöntemlerle temsil edilebileceği gibi bilgisayar ortamında matematiksel, mantıksal ve/veya sembolik ifadelerden yararlanarak temsil edilebilmektedir. Bu bağlamda tam olarak bir tasarım ve/veya optimizasyon algoritması olarak kabul edilmese de, biçim araştırmalarında kural tabanlı ve deneysel nitelik taşıyan öncül çalışmalar bulunmaktadır (Alaçam vd., 2017; Harmsen 2006; Ağırbaş, 2020; Ağırbaş ve Yıldız, 2021; Gherardini ve Leali, 2016). Abbasy (2013) ve Alaçam vd., (2017) mukarnasın iki boyutlu geometrik örüntüsünden üç boyutlu biçim arayışına "katlama" tekniği üzerinden yaklaşmaktadır. Gherardini ve Leali (2016) ise var olan yapıların fotogrametri tekniğinden yararlanarak iki boyuttan üç boyutlu modele aktarılma sürecini otomatize eden bir çerçeve sunmaktadır. Mevcut çalışmalardan farklı olarak bu projede mukarnasın birimleri birer düğüm noktası olarak kabul edilip, düğüm noktalarının bir araya geliş biçimleri "ağaç" biçiminde veri listeleriyle temsil edilip, "ağaç" listelerdeki verilerin farklı kompozisyonlarla yeniden kurulmasını bir morfolojik biçim kurma aracı haline getirecek algoritmalar üzerinde durulmaktadır.

## 2.4. Simetri ve Büyüme Tabanlı Algoritma Yaklaşımları

Simetri kelimesinin kökenleri birlikte, bir arada anlamına gelen “syn” ve ölçmek anlamına gelen “metron” kelimelerinin birleşimine dayanmaktadır (Url-2). Bir bütünü oluşturan parçaların bir arada ve belirli bir uyum ile bulunmalarına işaret etmektedir. Antik Yunan döneminde simetri kelimesinin bugünkü anlamı yerine “symmetros” olarak orantılamak (proportionate) anlamında kullanıldığı bilinmektedir (Gielis, 2017). Bir yöntem ve yaklaşım olarak simetrinin ise kullanıldığı bağlama göre farklı anlamlar kazandığı görülmektedir. Bunlardan başlıcaları: ayna simetri (bilateral), öteleme simetri (translatory), açısız simetri (rotational), bezeme ve simetri (ornamental), kristalografik simetri (Weyl, 1952; Weyl, 1989; Weyl, 2015) olarak sıralanabilir. D'Arcy Thompson (1917/1942) doğadaki canlıların büyüme ve biçimlenme süreçlerini incelediği ve günümüzde bilgisayar ortamında kullandığımız grafik değiştirme/dönüştürme işlemleri için yararlı bir altyapı sunan çalışmasına ayna simetri için “bilateral” ve açısız simetri için de “radiate” ifadelerini kullanmıştır.

Doğada bulunan biçimlerin matematiksel ve mantıksal ilişkiler üzerinden temsil edilebilirliği pek çok araştırmacının merak konusu olmuştur. Gielis radyal simetriyle doğadaki formların hesaplanabilmesi için organik ve soyut çalışmalar hazırlamıştır (Gielis, 2003). Aynı zamanda insan ürünü olan yapıları çevrede bezeme olarak ve/veya mekansal ölçekte oluşturulan simetrik kompozisyonlar da giderek artan bir oranda yeni araştırma olanakları açmaktadır.

Ondokuzuncu yüzyılın sonlarına doğru morfolojik araştırma alanında biyologların simetri alanında önemli katkıları olmuştur. Bu araştırmacılardan Ernst Haeckel, radiolaria ve diğer canlılar için geliştirdiği görselleme teknikleriyle doğal formlardaki simetrik organizasyon ve doku üretimini betimlemiştir (Gielis, 2003). Radyal simetri alanında Wely varyasyon ve büyümeye dayalı prensipleri kar tanelerini inceleyerek sunmuştur (Wely, 2015). Proje kapsamında analiz edilen mukarnaslarda kar tanelerinde rastlanan radyal ve dallanan yapıların benzerleri gözlenmiştir (Bkz. Ek-2).

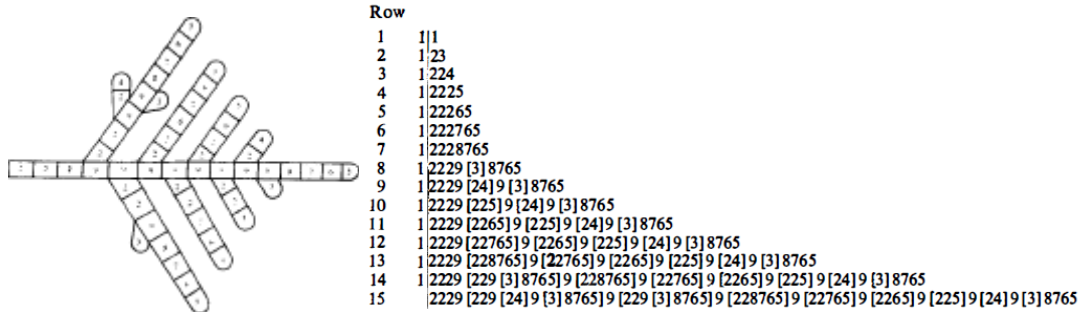
Radyal ve ayna simetrisiyle ilgili biyoloji ve hesaplama alanlarını birleştiren çalışmalar da bulunmaktadır. Dawkins “biomorphs” adını verdiği çalışmada radyal ve ayna simetrisi, ve dallanarak büyüyen morfolojik geometrileri sunmuş, formel asimetri kavramını araştırmıştır (Dawkins, 2003). Bu çalışma kapsamında doğadaki büyüme döngüsel kodlara aktarılmış ve parametrik varyasyonları üzerinden gruplar türetilerek simetri ve form ilişkileri analiz edilmiştir.

İnsan ürünü çevrede bulunan simetrilerin ayna, öteleme ve radyal simetri kurallarıyla yeniden kurulumu konusunda İslam Mimarisi bir laboratuvar işlevi görmektedir. İslam Mimarisi

örneklerinin ve örüntülerinin bilgisayar ortamında temsili, işlenmesi ve yeniden üretimi ise mimarlık alanında yenilikçi üretken tasarım modelleri üretimine katkıda bulunmaktadır. Kaplan'ın çalışmaları iki boyutlu geometrik bezemelerin bilgisayar ortamında temsili ve işlenmesi konusunda öncül örnekler arasında kabul edilebilir (Kaplan, 2000; Kaplan, 2002; Kaplan ve Salesin, 2004; Kaplan, 2005; Alani, 2018). Benzer bir çalışma Park tarafından iki boyutlu plan dokularındaki bezemelerin ayrıştırılması için hazırlanmıştır (Park, 2018). Bu çalışma kapsamında iki boyutlu geometrilerin rotasyona dayalı türetilmesi ve çoğaltılmasıyla generatif örüntüler elde edilebilmektedir.

## 2.5. Hesaplamalı Modelleme I: L-sistem

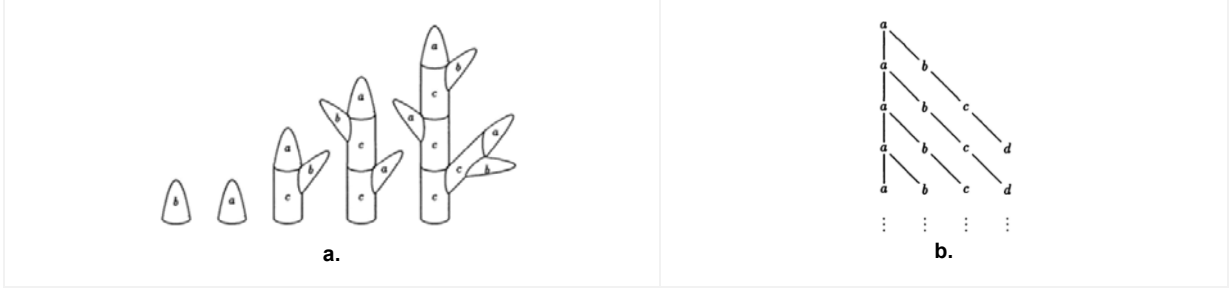
“Lyndenmayer” Sistemler (L-Sistemler) ilk olarak 1968 yılında Aristid Lindenmayer tarafından, hücrelerin büyüme süreçlerinin matematiksel modelleri bağlamında önerilmiştir (Lindenmayer, 1968). Önerilen gramer sistemi, Chomsky'nin doğal diller için önerdiği dil kuramı ile benzerlikler taşımaktadır (Ortega vd., 2003) ve büyüme süreçlerinin yinelemeli (iterative) ve döngüsel (recursive) bir model olarak kural tabanlı olarak temsili olanaklı kılmaktadır. Bu yaklaşımın bilgisayar grafikleri ve simülasyon alanında çok çeşitli algoritmalara altlık sağladığı görülmektedir (BuHamdan vd., 2020; Geilis, 2017; Prusinkiewicz ve Hanan, 2013; Schmidhuber, 2015).



Şekil 8: Dallanma süreçlerinin diyagramatik ve algoritmik temsilleri (Lindenmayer, 1968: 310).

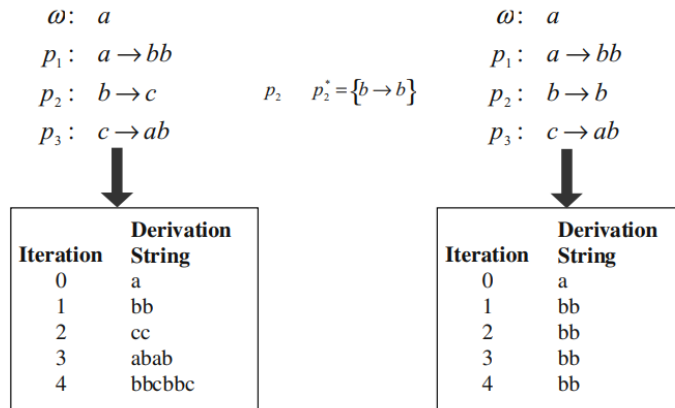
Fenton vd. (2018) biçim gramerleri, L-sistemleri ve grafik gramerlerini üç ayrı başlık altında incelemektedir. Bu çalışmada ise kural tabanlı yaklaşımlar arasında benzer bir sınıflandırmadan yararlanılmamış, bunun yerine graf (graph) tabanlı sistemler ile L sistemler arasında belirli kesişimler ön kabul olarak ele alınmıştır. Bir başka sınıflandırma ise L-Sistemlerin temel bileşenlerine ilişkindir ve büyüme, dallanma, farklılaşma olarak özetlenebilir (Krivochen ve Saddy, 2018; Rozenberg ve Salomaa, 2012).

Şekil 9'da, büyüme ve dallanma süreçlerinin karakter katarına (string) dayalı farklı temsil biçimleri görülmektedir.



**Şekil 9a.** Büyümekte olan ipliksi bir sistemin dallanma grafiği (Rozenberg ve Salomaa, 2012: 8). **Şekil 9b.**  $a \rightarrow ab$ ,  $b \rightarrow c$ ,  $c \rightarrow d$  ve  $d \rightarrow \Lambda$  kulları ile üretilen ve içlerinde ölen hücreler de içeren büyüme grafiği (Rozenberg ve Salomaa, 2012: 12).

Maignan ve Spicher (2015) çalışmalarında örüntü, yerel kural uygulaması ve yeniden üretim (reconstruction) olmak üzere üç aşamalı dönüşüm (transformation) kural seti önermektedir (Maignan ve Spicher, 2015; Fernandez vd., 2019). Yerel kural uygulaması, düğüm noktası ve ayrıtlardan oluşan kapalı bir çokgen başlangıç şekline önceden tanımlı olan kural setlerinin uygulanarak yeni şekil ve örüntü üretimini içermektedir ancak kural uygulanması bir algoritma biçiminde sunulmamıştır (Maignan ve Spicher, 2015; Fernandez vd., 2019). Bir algoritmanın yinelenen adımları (iteration) ile kural setlerinin bir arada temsiline ilişkin McCormack (2004) ifadeli bir temsil sunmaktadır:

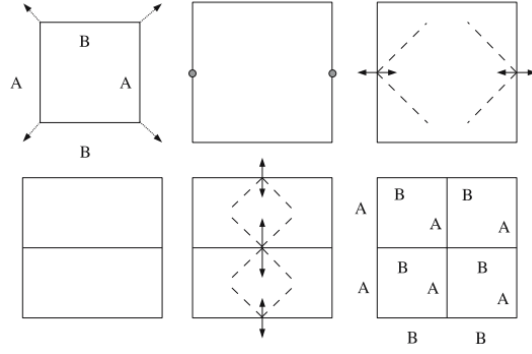


**Şekil 10.** Dört aşamalı L-Sistemler uygulama örneği (McCormack, 2004: 484).

Başka bir L-sistem uygulamasında O'Reilly ve Hemberg (2007) "turtle" grafiğine dayanan bir büyüme sürecinin kural setlerini sunarlar (Şekil 11 ve Şekil 12).

$\omega$	:	$A + B + A + B$
A	→	$A [ [+ B ] - B ] A$
B	→	$B [ [+ A ] - A ] B$
Angle	:	90
BranchAngle	:	90

**Şekil 11:** Kural setleri ve parametreler (O'Reilly ve Hemberg, 2007: 173).



**Şekil 12:** 4 yöne büyüme gösteren bir sistemde büyüme sürecinin kural tabanlı temsil örneği (O'Reilly ve Hemberg, 2007: 172).

İncelenen kaynaklarda gerek 2 boyutlu bir geometrik örüntünün çözümlenmesi ve yeniden üretilmesi, gerekse 3 boyutlu modellerin üretken bir yaklaşımla oluşturulmasında L-sistemlerden yararlanıldığı görülmüştür. L-sistemlerin güçlü yanı bir veri setinin ilk temsilinden, belirli bir kural setinin yinelemeli olarak uygulanarak karmaşık yapılar ve süreçleri temsil edebilmesidir (Marnerides ve diğ., 2020). Bir veri setinin oluşturulmasında ise soyutlama biçimleri, problem tanımları ve ele alınan bağlam önem taşımaktadır. İncelenen kaynaklarda L-sistemlerin temsilindeki ortak nokta büyüme, dallanma ya da farklılaşma sürecini karakter katarı (*string*) tabanlı kural sistemi ile temsil edebilmesi ve yinelemelere (*iteration*) dayalı döngülerden (*recursion*) oluşmalarıdır.

Proje kapsamında mukarnasların 2 boyutlu örüntüleri, ağ (*mesh*) geometri olarak ele alınmıştır. Bir başka ifadeyle bir plan düzlemine izdüşümü alınmış olan 2 boyutlu mukarnas örüntülerinin düğüm noktaları (*vertices*) ve düğüm noktaları arasında bağ kuran kenar noktaları (*edges*) oldukları ön kabulü temel alınmıştır. Düğüm noktaları arasındaki kenarların uzunlukları ise L-sistemlerdeki karakter katarı (*string*) yöntemi ile temsil edilmiştir. Yine L-sistemlerdeki dallanma ve büyüme yönü örüntü çözümlenmesine aktarılmış, büyüme yönleri oklarla (vektör) temsil edilmiştir. Mukarnasların 3. boyutundaki seviyelerden kaynaklanan "katman çizgileri" ise, modellenen dallanma ve büyüme grafiğine işlenmiştir. Katman çizgileri, merkezi bir noktadan başlayarak dallanarak büyüyen bir sistemde büyümenin doğrultusunun tespitinde ve düğüm noktalarının topolojik ilişkilerinin belirlenmesinde kullanılmıştır.

## 2.6. Hesaplamalı Modelleme II: Özyineleme, fraktaller ve örüntü

Projenin son etabında geliştirilen yöntemler matematik ve hesaplamalı çalışmaların odağında birkaç farklı yöntemin kesişiminde konumlanmıştır. Bu kapsamda yapılan literatür taramasında saptanan çalışmaların büyük bir kısmı geometriye, özellikle de İslami süslemede karşılaşılan mimari yüzeylerin parçalanarak tariflenmesi yaklaşımına dayanmaktadır (Kaplan, 2002; Dabbour, 2012; Ahmad vd., 2018, Khamjane vd., 2020). Bu

kapsamda incelenen diğer yöntemler ise, hesaplamalı teknolojilerden mimari araştırmaya aktarılmış, kural tabanlı ve gramerler üzerinden türetilen, büyüme ve özyinelemeli algoritmaları tariflemektedir (Alani, 2018; BuHamdan vd., 2020). Her iki yaklaşımın temel yönleri ve bunların mukarnasların hesaplanmasında yaptığı etkiler aşağıda özetlenmiştir.

Hesaplama dilinde tariflenen özyineleme büyük bir problemin daha basit ve tekrara dayalı küçük parçalardan tariflenmesi ve çözümlenmesini içermektedir. Faktöriyel ve fibonacci serisinin hesaplanması bu yöneme örnek olarak verilebilir. Benzer bir yaklaşımla geliştirilen geometrik hesaplamalar büyük bir formun küçük bileşenlere bölünmesiyle elde edilir. Bunlara örnek olarak Koch Eğrisi, Sierpinski Üçgeni, Mandelbrot kümesi ve Menger Süngeri verilebilir (Mandelbrot, 1983; Gouyet, 1996). Fraktal geometri, kendine benzeyen ve ölçeklenebilen parçalar üzerinden hesaplanabilen fraktal boyut içermekte ve farklı geometrik modelleme ve hesaplama yöntemlerine uyarlanabilmektedir (Mandelbrot, 1983; Ortega vd., 2003).

Mimaride, fraktal geometri Kamerun'un Kotoko halkı tarafından inşa edilen yapılardan, Gotik mimari ve Hindu tapınakları gibi birçok modern örneklere kadar farklı tarihsel dönemlerde, coğrafyalarda ve tarzlarda fraktal geometriler bulunmuştur (Joye, 2007). Birçok kültürel miras yapısında, katmanlaşarak oluşturulan yapı dili dini, kültürel ve estetik çekicilik bulurken, modüler parçaların kullanımı binaların yapısal inşasını mümkün kılmıştır (Kashef, 2017). Bu özyinelemeli ilke, oyulmuş taş parçalardan oluşan mukarnas tektoniğinde de mevcuttur ve tasarımında özyinelemeli kuralların ve fraktal geometrinin bulunduğuna işarettir.

Özyineleme içeren L-sistem, karakter katarı bazlı çalışan ve karmaşık yapıların tekrara dayalı kurallar ve parça tipleri üzerinden modellenebileceği bir yöntem sunar. Fraktallara benzer şekilde, L-sistemler bütünü parçalara bölünmesi (çıkarma) veya parçaların toplanması (ekleme) yoluyla form üretebilir. Fraktallarla karşılaştırıldığında, L-sistemler, karakter katar yapısının veya kural kümelerinin yineleme tabanlı tekrarlanmasıyla oluşan açık uçlu büyümeye dayalı sistemleri modellemek için kullanılabilir (McCormack, 2004).

Mimaride çeşitli iki boyutlu geometrik desenlerin ve üç boyutlu modellerin hem analizi hem de hesaplamalı üretimi için karakter katarı tabanlı L-sistemler kullanılmaktadır (Coelho vd. 2020; Singh ve Gu, 2012). L-sistemler, karmaşık yapılar ve süreçler oluşturabilen veri ve kural kümelerinin yinelemeli temsillerini farklı tasarımsal ve modellem süreçlerine aktarma özelliğine sahiptir (Marnierides vd., 2020). Üretken modellemenin bu yönü, büyüme, dallanma ve dönüşümü birleştiren çeşitli sistemlerin analizi ve anlaşılması için kullanılırken, özyineleme çeşitli mimarilerin biçimsel üretimini ve geometrik modellemesini kolaylaştırır (Rozenberg ve Salomaa, 2012). Projenin son etabında geliştirilen yöntem, L-sistemlere

benzer bir yöntemle karakter katar serileri üzerinden mukarnasların örüntü yapısını ortaya çıkaran kurallar üzerinden tariflemiştir.

Örüntü, bir veya daha fazla geometrik şekil kullanılarak bir yüzeyin kaplanması veya bölünüş bileşimidir. Bu yöntem, parçaların öteleme simetrisi içeren bir şekilde türetildiğinde *periodik*, içermediği durumlarda yarı kristallerde olduğu gibi *aperiodik* davranabilir. İki farklı karo türü kullanarak öteleme ve yansıma simetrisini gösteren penrose örüntüsü periyodik olmayan gruba bir örnektir. Benzer örüntüler Girih motiflerinde olduğu gibi birçok İslami geometrik çözümlerde kullanılmıştır (Kaplan, 2002; Khamjane ve Benslimane, 2018). Beşgen ve ongen simetrisi, doğada gözlemlenen kristal formların matematiksel tanımlarıyla örtüşen çoğu İslami süslemede bulunur (Dabbour, 2012; Lu ve Steinhardt, 2007). Zellij ve mukarnas gibi çeşitli İslami unsurlarda, planimetrik çizimler ve analizler, kristal davranış gösteren ortak parça tipleri ve simetri gruplarının tanımlanmasına yol açmıştır (Castera, 1999).

Mukarnasların geometrik düzenine genel bir bakış açısı, parça tiplerinin belirlenmesi ve bunların yapı katmanları arasındaki tekrarına odaklanır. Bu özellik, Sinan'ın mukarnas tasarımlarında şekil ilişkilerinin entropik hesabı yoluyla incelenmiştir (Güzelci vd., 2021). Mukarnas genellikle plandaki iki boyutlu çinilerin örüntü içerisindeki dağılımı yoluyla çalışılmaktadır ancak bu yöntem genel tasarımda gözlenen diğer trigonometrik ve simetri ilişkilerinin saptanmasını mümkün kılmayabilir. Projede geliştirilen yöntem alternatif bir hesaplama yöntemi üzerinden mukarnasların hesaplanmasını basit ve üretken bir koda aktarmaya odaklanmıştır. Bu kodun ortaya çıkardığı örüntülerde yarı kristal bir düzen saptanmış ve yukarıda belirtilen üç farklı yöntem arasında köprü kurabilen bir hesaplama yaklaşımı geliştirilerek mukarnaslar hesaplamalı olarak çözümlenmiştir.

### 3. GEREÇ VE YÖNTEM

#### 3.1. Metodoloji

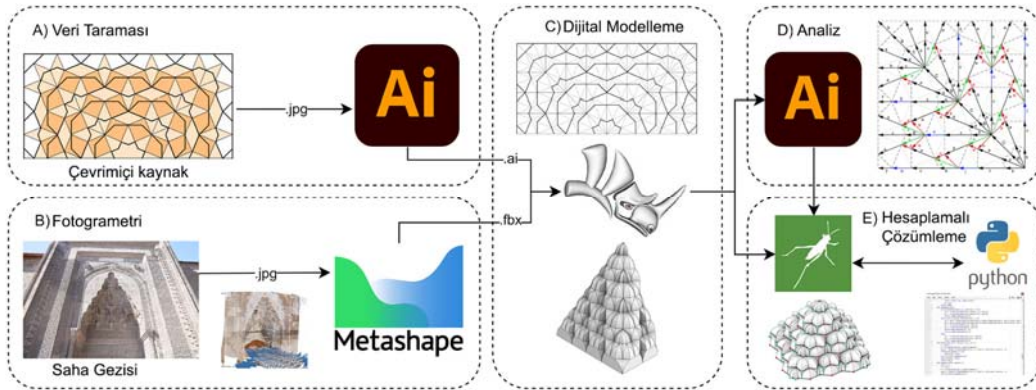
Önerilen araştırma, Kayseri ve Sivas'ta bulunan Anadolu Selçuklu mukarnaslarının tasarım kurallarının hesaplamalı araçlar ve yöntemler geliştirilerek çözümlenmesini amaçlamaktadır. Bu kapsamda birbiriyle bağlantılı beş farklı etap önerilmiştir.

- a. Analiz edilecek yapıların tarihsel veri ve çizimlerin karşılaştırılması / derlenmesi,
- b. Saha gezisi kapsamında yapıların güncel durumlarının fotogrametrik çekimler vasıtasıyla belgelenmesi ve dijital modellem için veri oluşturulması,
- c. 3D modelleme araçlarıyla elde edilen modellerin rafine edilmesi, analiz için yeni dijital model ve çizimlerin oluşturulması,



- d. Elde edilen modellerin kıyaslanarak hesaplamalı olarak analiz edilmesi ve algoritma oluşturulması için simetri, büyüme kuralları ve trigonometrik oranların saptanması,
- e. Son aşamada mukarnaları hesaplamalı olarak üretebilecek bir algoritma geliştirilmesi ve proje hipotezinin değerlendirilmesi.

Bu çalışmalarda üretilen verilerin ve dosya tiplerinin akışı Şekil 13'te gösterilmiştir. Buna göre ilk etapta literatür ve çevrimiçi veri taraması kapsamında tarihsel yapılara ait çizimler, fotoğraflar ve diğer bilgiler derlenmiştir (Şekil 13a, Takahashi, 2021). İkinci aşamada Sivas ve Kayseri'ye saha gezisi organize edilmiş ve yapıların fiziksel durumu fotogrametrik modellerle belgelenmiştir (Şekil 13b). Üçüncü aşamada elde edilen dijital veri ve çizimler kullanılarak yapıların araştırma için kullanılacak çizim ve modelleri hazırlanmıştır (Şekil 13c). Dördüncü aşamada yapıdaki simetri, büyüme, parça tipleri ve geometrik oranlar analiz edilmiş ve projenin hipotezinde yer alan döngüsel örüntüler diyagramlar üzerinden araştırılmış ve kıyaslanmıştır (Şekil 13d). Son etapta elde edilen veriler üzerinden mukarnaların hesaplamalı olarak çözülmesini sağlayacak bir algoritma geliştirilmiştir (Şekil 13e).



**Şekil 13.** Araştırma metodolojisinin iş akış şeması ve programlar arasındaki veri transferleri.

### 3.2. Yapı Envanteri, Kaynak taraması ve dijital verilerin derlenmesi

Proje önerisi kapsamında hazırlanan ilk yapı listesinde sekizi Kayseri, dördü Sivas'ta olmak üzere on iki yapı yer almaktadır. Yapılan kaynak taraması sonucunda Kayseri Çifte Kümbet, Hatuniye Medresesi ve Sivas Gök Medrese mukarnasına ait yeterli çizim ve fotoğrafın elde edilememesi nedeni ile bu yapıların 3 boyutlu modeli saha araştırmasından önce hazırlanamamıştır. Daha sonraki aşamada Sivas Gök Medrese'de bulunan taç kapı mukarnasının çalışmanın odaklandığı mukarnas tipine uygun olmaması nedeni ile 3 boyutlu modeli ve diyagramı yapılmamış ancak veriler çalışma arşivine eklenmiştir.



**Tablo 3.** Araştırma kapsamında incelenen yapı listesi

<b>Kayseri</b>	Kayseri Çifte Kümbet
	Kayseri Hacı Kılıç Camisi
	Kayseri Hatuniye Medresesi
	Kayseri Hunad Hatun Külliyesi
	Kayseri Karatay Han
	Kayseri Sahabiye Medresesi
	Kayseri Şifahiye ve Giyasiye Medresesi
	Kayseri Alaca Kümbet
	Kayseri Döner Kümbet
	Kayseri Emir Şahap Türbesi
	Kayseri Güçük Camisi
	Kayseri Sultan Han
<b>Sivas</b>	Sivas Sivas Buruciye Medresesi
	Sivas Çifte Minareli Medresi
	Sivas Gök Medrese
	Sivas Sifaiye Medresesi

Kaynak taraması sırasında karşılaşılan ve Kayseri’de bulunan 4 yeni yapı başvuru projeye uygunluğundan ötürü belirtilen yapılara ek olarak araştırmaya dahil edilmiştir (Tablo 3). Bu yapılar Kayseri’deki Alaca Kümbet, Döner Kümbet, Emir Şahap Türbesi ve Güçük Camisi’dir. Söz konusu yapılardan Kayseri Güçük Camisi’ne ait çizimlerin derlenmesi ile 3 boyutlu modeli yapılmış ve radyal simetriyi içeren yapısından ötürü model mukarnas olarak belirlenmiş ve analiz safhalarında ilk olarak incelenmiştir.

### 3.3. Saha Araştırması ve Fotogrametri

Proje kapsamında bahar 2020 döneminde Kayseri ve Sivas bölgelerinde planlanan saha araştırması Mart 2020’de ortaya çıkan COVID-19 pandemi salgınından dolayı Eylül 2020 tarihine ertelenmiş ve araştırmalar iş paketlerinde belirtilen çalışmalar kapsamında online toplantı ve dijital araçlarla sürdürülmeye devam edilmiştir. Ertelenen saha araştırması 9-11 Eylül 2020 tarihlerinde Kayseri ve Sivas bölgelerinde yapılmıştır. Saha gezisini içeren üç günlük kısa bir sürede Kayseri’de 12, Sivas’ta 4 yapıda bulunan 22 adet mukarnas fotogrametrik olarak çekilmiştir (Tablo 4).

Saha araştırması kapsamında toplam 2000’den fazla yüksek çözünürlüklü fotoğraf çekilmiştir. Yapılardaki mukarnasların fotogrametrik modellerinin oluşturulması için ortalama 75-150 arası yapı başına fotoğraf çekilmiştir. Bu fotoğraflar kullanılarak Agisoft Metashape programında üç boyutlu tarama modelleri hazırlanmıştır (Bkz. Ek-1). Bu modeller, literatür taramasında bulunan çizimlerle karşılaştırılmış ve incelenen mukarnaslardaki simetri ve geometrik prensipler kullanılarak rafine edilmiş ve tekrar modellenmiştir.

Taç kapılarda bulunan mukarnaslar yer düzlemine olan yönelmelerinden ötürü fotogrametrik çekimler için elverişli mimari yapılar sunmaktadır. Proje kapsamında belgelenen yapıların yarı kubbe yapısında olması yapılara erişimi ve belgelemeyi kolaylaştırmıştır.

**Tablo 4.** Araştırma kapsamında fotogrametrik olarak çekilen mukarnasların yapı ve şehir özelinde dağılımı.


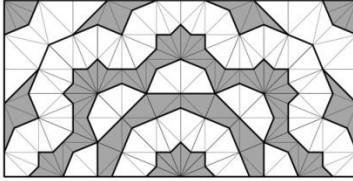
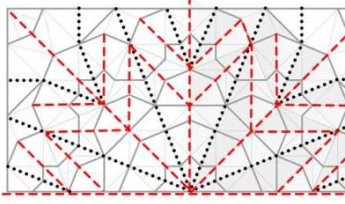
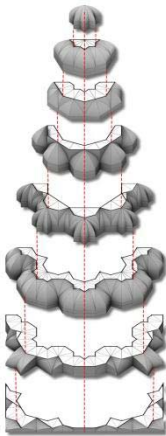
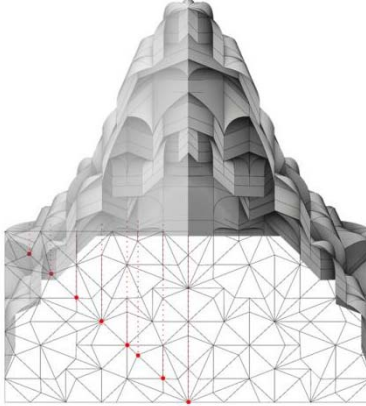
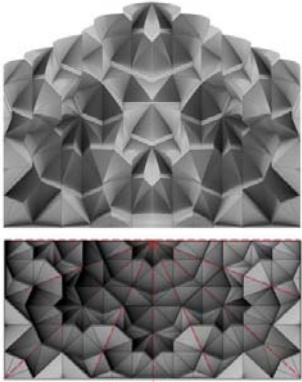
Şehir	Yapının Adı	Fotogrametrik Olarak çekilen mukarnas sayısı
Kayseri	Kayseri Çifte Kümbet	1
	Kayseri Hacı Kılıç Camisi	2
	Kayseri Hatuniye Medresesi	1
	Kayseri Hunad Hatun Külliyesi	3
	Kayseri Karatay Han	1
	Kayseri Sahabiye Medresesi	1
	Kayseri Şifahiye ve Giyasiye Medresesi	1
	Kayseri Alaca Kümbet	1
	Kayseri Döner Kümbet	1
	Kayseri Emir Şahap Türbesi	1
	Kayseri Güçük Camisi	1
	Kayseri Sultan Han	3
Sivas	Sivas Sivas Buruciye Medresesi	1
	Sivas Çifte Minareli Medresi	1
	Sivas Gök Medrese	1
	Sivas Sifaiye Medresesi	1

Saha araştırması kapsamında kullanılması planlanan Skanect tarayıcı Sivas Sultan Han'da kullanılmış ancak GPU kapasitesinin yetersizliği ve tarama alanının kısıtlılığı (5 metreküp) nedeniyle taç kapıların bu araçla bütüncül taranması mümkün olmamıştır. Benzer projelerin ileride geliştirilmesi için daha kapsamlı ölçüm yapacak bir nokta bulutu tarayıcısı modeli bulunmalı ve temin edilmesi gerekmektedir.

#### 3.4. Dijital modelleme süreci

Tablo-5'te saha gezisi taramalardan elde edilen modellerin rafinasyon ve dijital model ve çizimlere aktarım süreci Güçük Camisi mukarnası üzerinden gösterilmiştir. Fotogrametrik modelle hazırlanan üç boyutlu tarama modelleri (a) öncelikle Rhinoceros programına aktarılmış daha sonra bu taramaların üst görünüşlerinden plan çizimleri hazırlanmış ve mukarnasların farklı kotlardaki düzlemlere oturan katmanları belirlenmiştir (b). Bu plan çizimleri parçalar arasındaki simetrik ilişkiler incelenmiş ve tekrarlayan geometriler belirlenmiştir (c). Bu sayede simetrik parçalar ortak bir geometriyle modellenerek çoğaltılmış ve her katmandaki parçalar modellenmiştir (d, Bkz. Ek-2). Daha sonraki aşamada mukarnasların yükseklikleri ve planlardaki oranları, tarama modellerindeki verilerle kontrol edilmiş ve düzenlenmiştir. En son aşamada hazırlanan üç boyutlu modellerden aksonometrik çizimler üretilmiş ve ortak bir dil oluşturması için tablolar halinde hazırlanmıştır (f).

**Tablo 5.** Gülük Cami Mukarnasının fotogrametrik taramadan 3B modelinin ve çizimlerinin üretilme aşamaları.

 <p>a) Fotogrametrik tarama modellerinin Rhinoceros programına aktarılması</p>	 <p>b) Fotogrametrik taramalardan plan parçaları, katmanların tariflenmesi</p>	 <p>c) Mukarnas planlarından simetrik parça ilişkilerinin çıkarılması. Plan geometrilerinin düzeltilmesi</p>
 <p>d) Rhinoceros'ta plandaki katmanlardan üç boyutlu model üretilmesi.</p>	 <p>e) Tarama modellerindeki katman yüksekliklerinin ve parça oranlarının entegrasyonu.</p>	 <p>f) Rhinoceros'ta hazırlanan modellerden plan ve aksonometrik imajların üretilmesi.</p>

### 3.5. Mukarnasların hesaplamalı olarak analizi ve incelenmesi

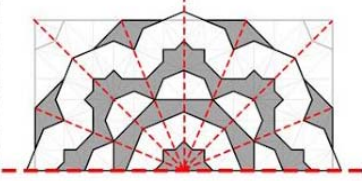
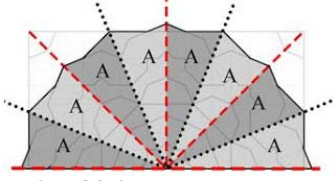
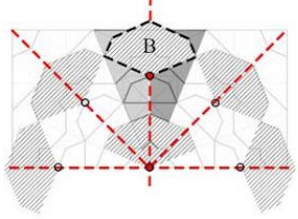
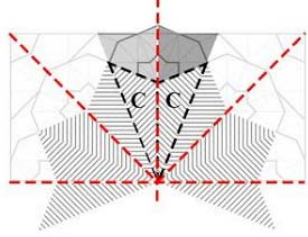
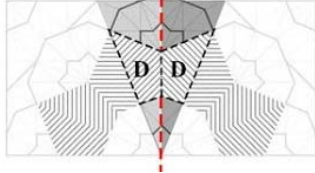
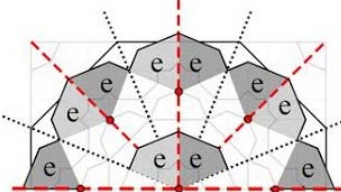
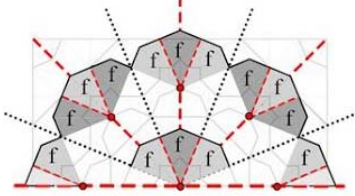
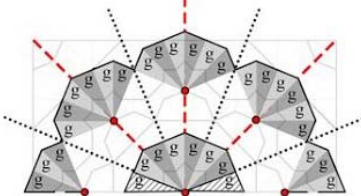
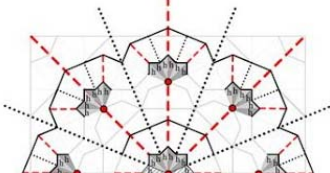
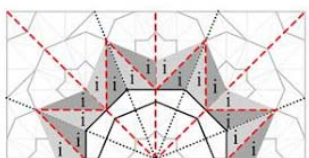
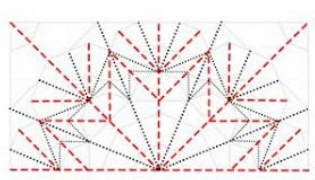
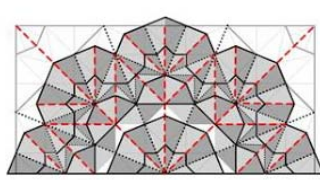
Projenin bir sonraki etabında mukarnaslara ait plan ve üç boyutlu modeller beraber incelenmiş ve mukarnas dokularındaki parçalar arasındaki simetrik ilişkilerden büyüyen katmanlar diyagramları kullanılarak analiz edilmiştir. Bu analizde, öncelikle her bir katmandaki radyal ve ayna simetrisi içeren parçalar arasındaki akslar tariflenmiş ve bu akslar hiyerarşik olarak mukarnasın katmanları arasında ilişkilendirilmiştir. Projenin hipotezi taç mukarnasların merkez noktalarından yer düzlemine doğru fraktal geometri ve simetri bazlı bir büyüme örüntüsü tariflediğini öne sürmektedir. Yapılardan elde edilen modeller bu perspektife göre analiz edilmiş ve simetri aksları ve katmanlar arasındaki geometrik ilişkiler belirlenmiştir. Mukarnasların hesaplamalı analizi kapsamında genel simetri ve büyüme diyagramları, kullanılan trigonometrik oranlar, parça tipleri ve simetri grupları saptanmıştır.

#### 3.5.1. Mukarnasların simetri ve büyüme analizi

İncelenen mukarnaslar arasında Gülük Camii taç kapısında bulunan mukarnas, taç merkezine göre sekizgene dayalı radyal simetriyi yedi farklı katmanda bulundurduğundan

projenin ilk etabında model mukarnas olarak belirlenmiş ve diyagramatik analizi diğer mukarnaslardan önce hazırlanmıştır.

**Tablo 6.** Gülük Cami Mukarnasında yapılan simetrik analiz çalışmaları

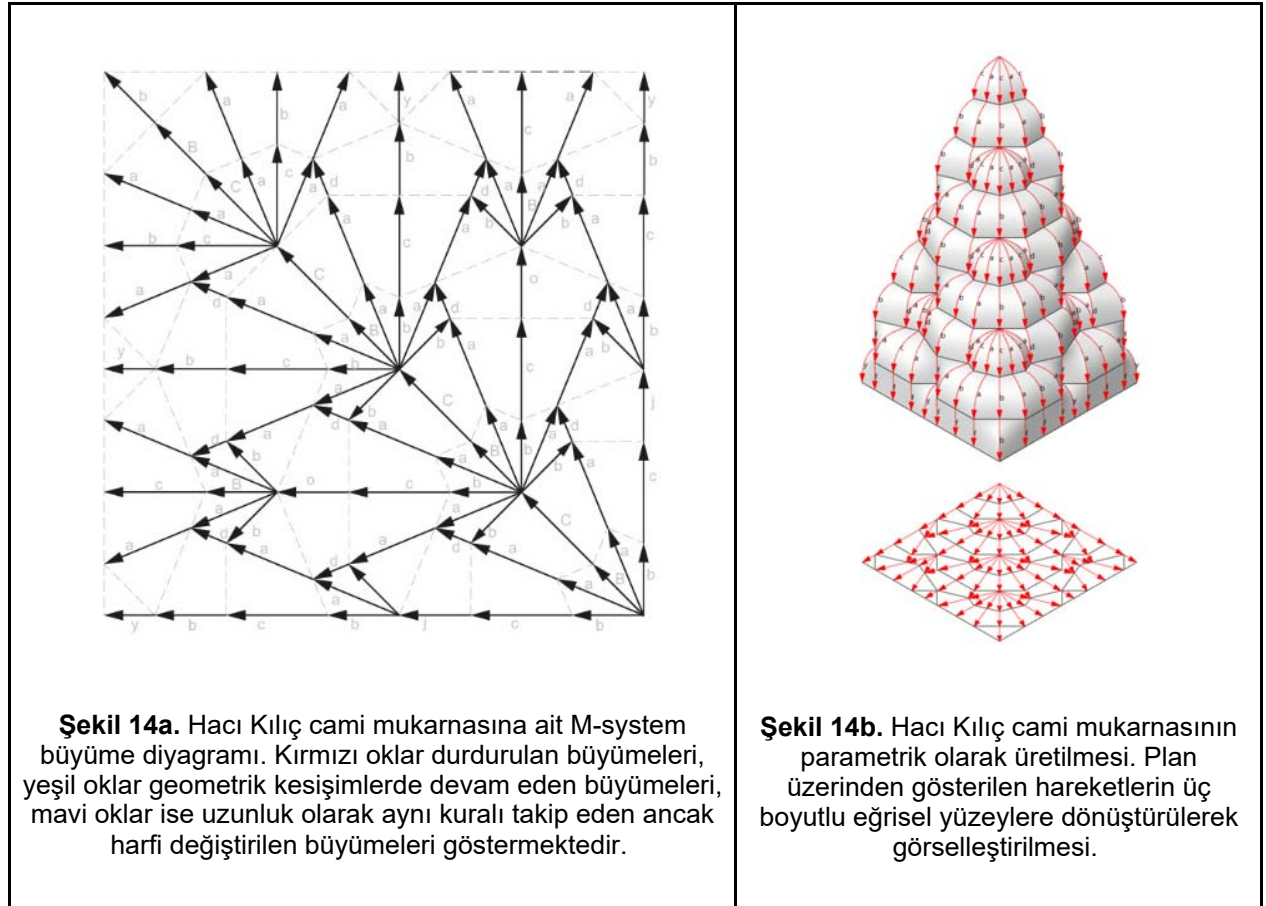
 <p>1. Mukarnasın sahip olduğu sekiz eş parçalı radyal simetri. Kırmızı hatlar simetri akslarını göstermektedir.</p>	 <p>2. Mukarnasın tepe noktasına göre radyal simetrik parçaların bulunması (A)</p>	 <p>3. Mukarnasın alt katmanında tekrar eden gruplar (B)</p>
 <p>4. Mukarnasın radyal simetrisine oturan simetrik üçgen gruplar (C)</p>	 <p>5. Mukarnasın radyal simetri aksına göre ayna simetrisine sahip dörtgen gruplar (D)</p>	 <p>6. Mukarnasın radyal simetri aksına göre B grubu içinde aynı forma sahip dörtgen gruplar (e)</p>
 <p>7. e grubunun içindeki radyal simetriye sahip alt parçaların tariflenmesi (f)</p>	 <p>8. F grubunun ayna simetrisine sahip radyal simetri akslarını tarifleyen parçalar (g)</p>	 <p>9. G grubundaki ayna simetrisine sahip parçalar (h)</p>
 <p>10. D grubu içindeki simetrik parçaların tariflenmesi (i)</p>	 <p>11. Simetriye dayalı büyüme iskeletinin çıkarılması ve birbirine bağlanması</p>	 <p>12. Parçaların renklendirilerek simetri iskeletiyle gösterimi</p>

Bu çalışma kapsamında öncelikle mukarnasın plan ve üç boyutlu formu koordineli bir şekilde analiz edilerek, geometrik parçalar arasındaki benzerlik, ayna ve radyal simetrik ilişkileri belirlenmiştir (Tablo 6). Tüm parçalama ve gruplama işlemlerinden ortaya çıkan simetri aksları çizildiğinde mukarnasın projenin hipotezinde tariflenen fraktal dallanma ve büyüme



prensiplerine uyduğu gözlenmiştir (Tablo 6, 10-12. aşamalar). Mukarnasın taç noktasını oluşturan merkezden başlayarak radyal simetriden büyüyen katmanlar, daha sonra simetrik olarak dallanarak yayılmakta ve katmanları oluşturan parçaları tariflemektedir. Gülük camii'nde mukarnas sekiz kenarlı radyal simetrisinin oluşturduğu 45 derecelik açılarla bölünmüş parçalar tekrar etmektedir.

Proje kapsamında incelenen diğer mukarnasların çoğunda asimetric büyüme rastlanmıştır ve büyüme diyagramlarında düzensizlikler görülmüştür (Bkz. Ek-3). Mukarnasların üretim sürecinde karşılaşılan imalat süreci ve tasarım kararları göz önüne alındığında bazı mukarnasların büyümenin son katmanı olan kare plandaki duvar sınırlarına geldiğinde oluşan parçalar simetriyi bozmaktadır. Özellikle simetri grupları olarak ongen (Sultan Han) ve onikigen (Hunad Hatun Camii) içeren mukarnas yapı gruplarında kare planda düzensiz parçalar saptanmıştır. Planlarda düzenli bir örüntü sunmasından ötürü bir sonraki aşamada sekizgen mukarnas yapılarına odaklanılmış ve trigonometrik parça oranları analiz edilmiştir. Bu çalışmalar için model mukarnas olarak Hacı Kılıç Cami mukarnası kullanılmıştır.

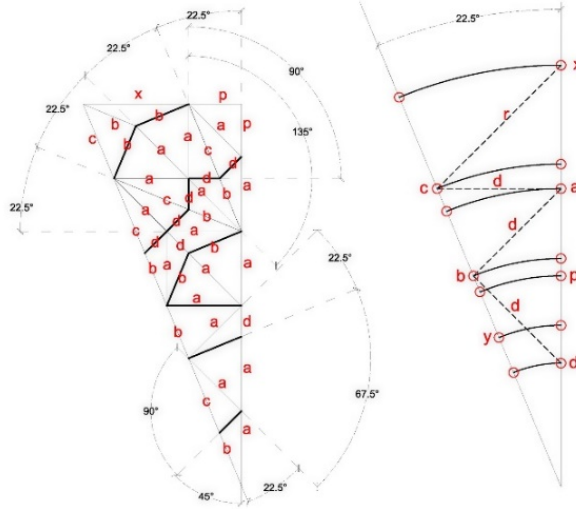


Hacı Kılıç Cami mukarnasının projenin hipotezine göre hazırlanan ve sekizgen simetrisine göre belirlenen simetri ve büyüme diyagramları mukarnasların katmanlar özelinde dönüşüm kuralları ve katmanı tarifleyen oranların (harfler) L-system benzeri formel bir büyüme grameri tariflediği ve bu gramerin simetri ve trigonometrik oranlarla çalıştığı gözlenmiştir (Şekil 14).

İncelenen mukarnaslarda benzer oranlar ve döngüsel büyüme örüntülerine rastlanmış ve aynı kodlama/kural diliyle parametrik olarak modellemeleri yapılmıştır.

### 3.5.2. Mukarnaslarda kullanılan trigonometrik oranlar

Gülük ve Hacı Kılıç Camii mukarnasının analizinde tekrar eden parça uzunluklarına harfler atanarak katmanlar arasındaki benzer geometrik örüntüler saptanmıştır. Bu aşamadan geometrik parça kenarları arasında ortak oranlar olduğunu ve bu oranların diğer mukarnaslarda da kullanıldığını göstermiştir. Bu bulgudan yola çıkarak 22.5 derece açiya sahip sekizgen simetrisiyle büyüyen tüm kenar uzunluklarının elde edilebileceği bir trigonometrik diyagram hazırlanmış ve eksik kalan tüm oranlar dik üçgen ve ikizkenar üçgenler kullanılarak türetilmiştir (Şekil 15). Özellikle 22.5, 67.5, 90 ve 45, 45, 90 iç açılarının sahip dik üçgenler arasında aktarılan oranlar hipotenüs ve dik kenarlar arasında tekrar etmektedir. Ayrıca trigonometrik ilişkilerden saptanan oranlar (harfler) diğer mukarnaların analizinde kullanılmış ve kodlamada kullanılacak parametreler için hesaplamalı bir çerçeve oluşturmuştur (Bkz. Ek-4, 5).



**Şekil 15.** Gülük mukarnasının analizde kullanılan birim ölçüler arasındaki trigonometrik ilişkiler.

### 3.5.3. Sekizgen simetrisine sahip mukarnas tipleri

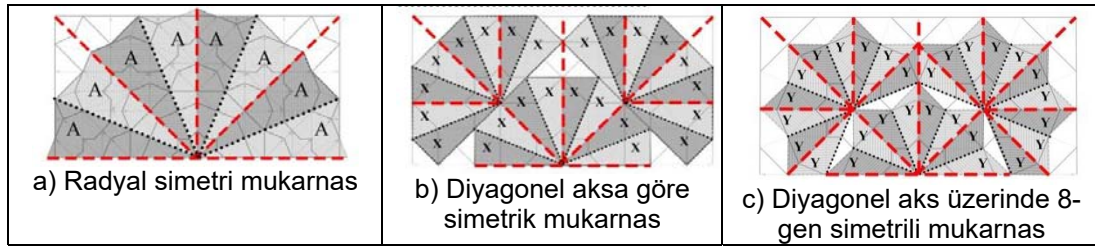
Yapılan diyagramatik analiz sonucunda Kayseri ve Sivas bölgesinde incelenen kare planlara oturan mukarnaslarda hakim büyüme aksının diyagonal aksla örtüştüğü ve bu aks üzerindeki simetrik organizasyona göre benzer örüntüler ortaya çıktığı saptanmıştır. Sekizgen simetrisine sahip 18 mukarnasın oluşturulan simetrik büyüme diyagramlarına göre üç farklı örüntü grubu belirlenmiştir (Bkz. Ek-3). Birinci grupta Gülük Camii'ndeki gibi mukarnas merkez noktasına göre parçalar "radyal simetrik" olarak büyümektedir. İkinci grupta,

mukarnasların hakim büyüme yönü olan “diyagonal aksa göre ayna simetrisi” gözlenmiştir. Bu grupta düşey ve yatay akslardaki büyüme ve dallanmalar diyagonal aksa göre farklılaşma göstermektedir. Son grupta da diyagonal aksa göre simetri gözlenmiş ancak bu mukarnaslarda karakteristik olarak “diyagonal aksta sekizgen simetrisi”ne rastlanmıştır. Özellikle kümbetlerdeki mukarnaslarda oluşan diyagonal aks üzerindeki radyal simetrisi bu grubu tariflemektedir. Bu grupların saptanmasıyla 18 farklı mukarnasın tipolojik olarak ait olduğu simetri grupları aşağıda belirtilmiştir (Şekil 16).

**Radyal Simetri:** Gülük Camii, Emir Şahap Türbesi, Sultan Han 1, Sultan Han 3, Şah Kutluğ Han Kümbeti,

**Diyagonal aksa göre Simetrik:** Hunad Hatun, Hacı Kılıç 2, Sivas Şifaiye, Gevher Nesibe Şifaiye,

**Diyagonal aks üzerinden 8-gen simetrisi:** Çifte Kümbet, Döner Kümbet, Alaca Kümbet, Sultan Han 2, Karatay Han, Sivas Çifte Minare, Sahabiye Medresesi ve Hacı Kılıç Camii  
1.



**Şekil 16.** Proje kapsamında incelenen mukarnaslara göre belirlenen 3 farklı büyüme tipolojisi.

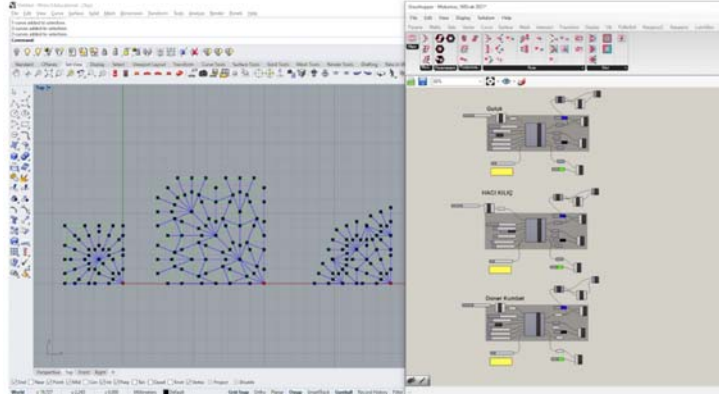
### 3.6. Mukarnasların hesaplamalı olarak çözümlenmesi ve modellenmesi

Proje sürecinde üç farklı algoritma yaklaşımı geliştirilmiştir. Kural bazlı ve parametrik olarak geliştirilen bu çalışmalar, farklı mukarnas yapılarının hesaplamalı çözümlenmesinde kullanabilecek şekilde ele alınmış ve projenin son etabında tariflenen mukarnas sisteminin (M-sistem) oluşturulması ve sadeleşmesini sağlamıştır. Bu yaklaşımlar aşağıda kısaca özetlenmiştir. Tüm yaklaşımlar Rhinoceros programının parametrik modelleme arayüzü olan Grasshopper’da hazırlanmıştır. Bu kodlama yöntemlerinin geliştirilmesinde kural bazlı çözümlenmeler Python kullanılarak programa aktarılmıştır.

#### 3.6.1. Döngüsel Algoritma oluşturma

Projenin analiz evresinde belirlenen üç farklı simetriye göre kategorize edilen mukarnas tipi (radyal, diyagonal ve oktagon) ortak bir döngüsel algoritma geliştirilmek üzere ilk etapta ele alınmış ve kodlama kullanılarak plan dokusu üretebilecek bir algoritma hazırlanmıştır (Şekil 17). Buna göre radyal simetri içeren Gülük mukarnası, diyagonal aksa göre simetri içeren Hacı Kılıç cami mukarnası ve diyagonal aksta sekizgen içeren Döner Kümbet döngüsel bir

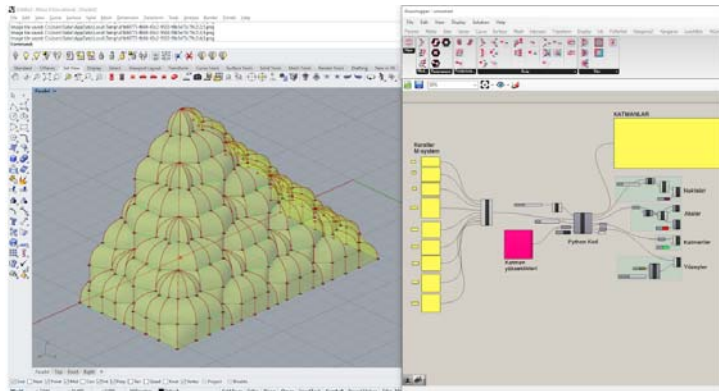
algoritma vasıtasıyla üretilmiştir. Bu aşamada geliştirilen yöntemin katmanlar arasındaki kuralların düzenlilik göstermediği durumlarda mukarnaları üretmediği saptanmıştır.



**Şekil 17.** Projenin erken safhalarında geliştirilen döngüsel algoritma çalışması.

### 3.6.2. Karakter Katarıyla hesaplama ve L-sistem

Geliştirilen üç farklı mukarnas kodu incelendiğinde diyagonal simetriye sahip Hacı Kılıç camii mukarnası, içerdiği tekrarlama dayalı örüntü nedeniyle parametrik kodlama üzerinden geliştirilecek prototip örnek olarak seçilmiştir. Bu aşamada geliştirilen kod kullanıcının her katman için dönüşüm kurallarını panellere yazarak girdiği ve oluşan katmanların içerdiği uzunlukların liste halinde çıktısını veren ve geometrik parça yüzeylerini parametrik olarak oluşturan bir arayüze dönüşmüştür (Şekil 18). Literatür taraması sonucunda incelenen modeller arasında, örüntülü büyüme ve dallanma şemalarını destekleyen ve farklı oran/uzunlukların harflerle sembolize edilmesine dayanan L-sistem modeli mukarnas için uygun yaklaşım olarak seçilmiştir. Ancak bu yaklaşımda da katmanlar arasındaki özel kuralların tariflenmesi interaktif bir çalışma gerektirir ve hesaplamalı üretimin otomasyonunu zayıflatmaktadır. Üretilen kodlama altyapısı tariflenen kurallar üzerinden optimize edilecek bir şekilde alınmış ve sadeleştirilmiştir.

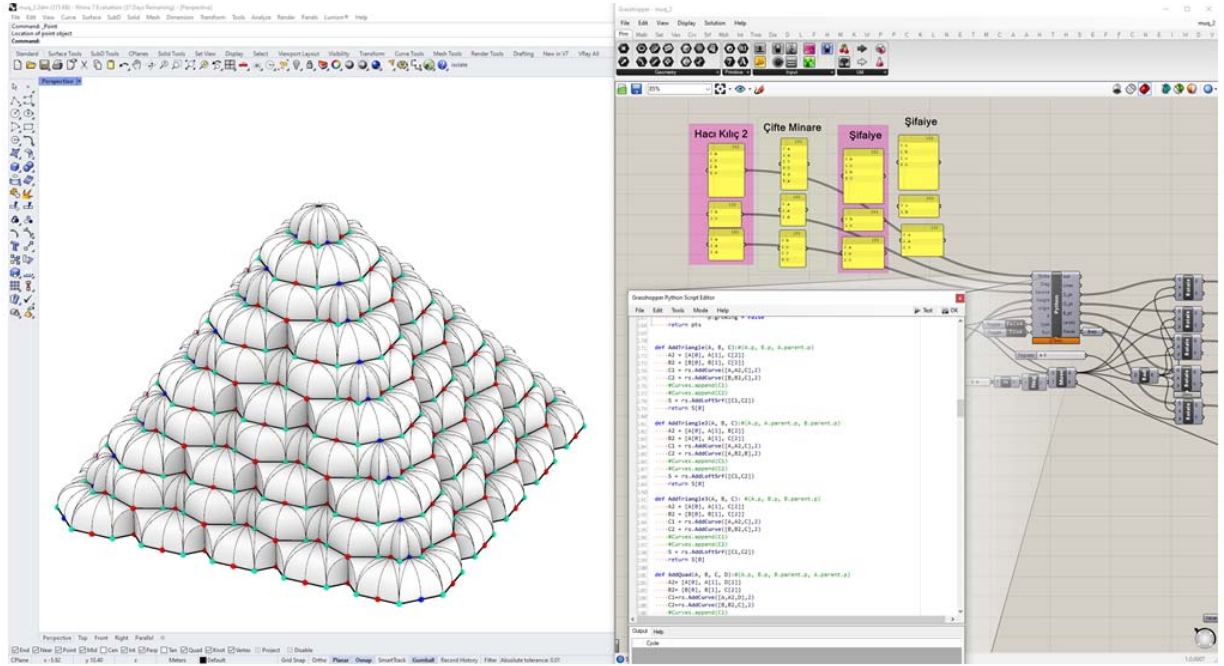


**Şekil 18.** Hacı Kılıç camii mukarnasının L-sistem benzeri karakter katarı ve dönüşüm kuralları kullanılarak hesaplamalı modellenmesi



### 3.6.3. Örüntü saptama içeren M-sistem yaklaşımı

Projenin son etabında L-sistem ile incelenen mukarnaslardaki kurallar ve örüntüler ele alınmış, katmanlar arasındaki benzer dönüşümler araştırılmıştır. Bu aşamada geliştirilen kod katmanlar arasındaki büyüme hareketlerinin karakter katar serileri kullanılarak büyüme hareketlerini bir örüntü üzerinden tariflendiği bir versiyona dönüşmüş ve incelenen mukarnasların ortagonal, diyagonal ve ikincil olmak üzere, üç farklı büyüme aksı üzerindeki hareketleri saptanarak kodlanabileceği bir yaklaşım geliştirilmiştir (Şekil 19). Bu yaklaşıma L-sistem bazlı kural yapısını simetri ve büyüme odaklı olarak sadeleştirmesinden ötürü “M-sistem” adı verilmiştir. Bu yöntem sayesinde projedeki mukarnaslar tekrar incelenmiş ve içlerinden belirgin örüntü grupları sunan dört farklı mukarnas seçilmiştir. Bu mukarnasların hesaplamalı analizleri sonucunda 3 farklı büyüme aksındaki örüntüleri tariflenmiş ve projenin hipotezinde yer alan fraktal büyümeye göre hesaplamalı olarak modellenmiş ve analiz edilmiştir.



**Şekil 19.** Hacı Kılıç cami mukarnasının M-sistem arayüzünde karakter katar örüntüsü kullanılarak hesaplamalı modellenmesi

## 4. BULGULAR

Projenin son aşamasında geliştirilen M-sistem kodlama yöntemi sayesinde projenin hipotezinde yer alan mukarnasların fraktal olarak incelenmesi mümkün olmuş ve kültürel miras ve hesaplamalı tasarım alanlarını birbiriyle ilişkilendiren yeni bir yöntem üretilmiştir. Bu çalışmayla ilgili bulgular aşağıda özetlenmiştir.

#### 4.1. Mukarnaslardaki geometrik örüntülerinin ve tasarım kurallarının saptanması

Yürütülen araştırma kapsamında kullanılan oranların sadeleştirilmesiyle projenin hipotezindeki fraktal örüntü yapı envanteri arasından seçilen dört farklı yapı üzerinden hesaplamalı olarak analiz edilmiş ve tariflenmiştir. Buna göre incelenen her bir yapıda örüntüye dayalı büyüme olduğu saptanmış ve geometrik kurallar önce diyagramlar halinde daha sonra ise algoritma olarak hazırlanmıştır. Bu algoritmanın geliştirilmesinde aşağıdaki sekizgen simetrisi içeren yapılara odaklanılmıştır:

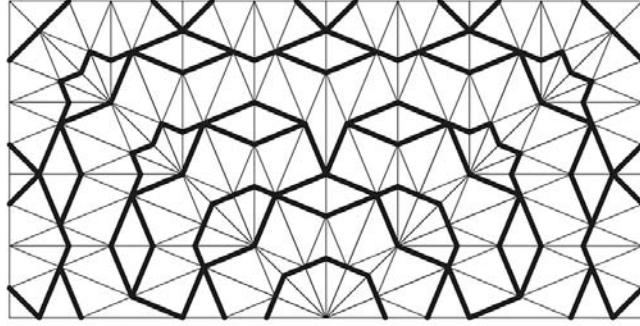
- Kayseri Gevher Nesibe Medresesi (1205),
- Kayseri Hacı Kılıç Cami (1249/50) ,
- Sivas Şifaiye Medresesi (1217),
- Sivas Çifte Minareli Medrese (1271 / 2).

Her bir yapı özelinde geliştirilen analiz sayesinde M-sistem kodlaması için gerekli örüntüler tariflenmiş ve hesaplamalı olarak kodlanmıştır (Bkz. Ek-6). Incelenen yapılarda taç merkezden başlayarak mukarnasın alt katmanlarına doğru ilerleyen, örüntüye dayalı bir büyüme olduğu saptanmış ve geometrik kurallar önce diyagramlar halinde daha sonra ise algoritma olarak hazırlanmıştır. Mukarnasların analizi yapılırken projenin hipotezinde yer alan hiyerarşik dallanma ve simetri aksları üzerindeki oranlar karakter katar örüntüleri olarak tariflenmiş ve geliştirilen algoritmayla hesaplamalı olarak tekrar üretilmiştir. Ortaya çıkan bulgular ve algoritma gelişimi aşağıda özetlenmiştir.

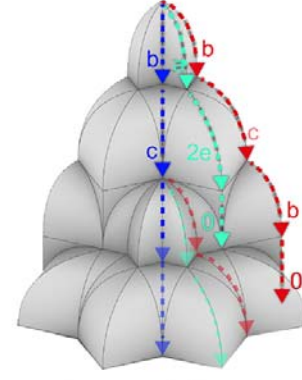
##### 4.1.1. Sivas Şifaiye Medresesi

Şifaiye Medresesi mukarnasında yapılan geometri, simetri ve büyüme analizi, mukarnasın diyagonal (mavi) ve ortogonal (kırmızı) eksen boyunca dallandığı her üç katmanda bir mukarnasın gelişiminde benzerlik olduğunu göstermektedir (Şekil 20). Bu örüntü ana büyüme akslarına destek olan ikincil akslarla (yeşil) desteklenmektedir. Katmanlar arasındaki simetri grupları incelendiğinde, büyüme eksenleri arasındaki etkileşimi koordine eden iki farklı büyüme kuralı saptanmıştır. İki büyüme kuralı arasındaki farklılaşma diyagonal aks üzerinde hissedilmektedir. Büyüme kuralı 1'e göre ortogonal eksen,  $c \rightarrow b \rightarrow b$  dizilimini; diyagonal eksen  $c \rightarrow b$  kuralını takip ederken ikincil eksen  $a \rightarrow 2e \rightarrow 0$  hareketlerini gösterir. Alt katmanlara gelindiğinde, büyüme kuralı 2 devreye girer ve diyagonal büyüme  $b \rightarrow c$ , ortogonal aks ise  $b \rightarrow c \rightarrow b$  örüntüsünü gösterir ve diyagonal aks üzerinde yıldızlar oluşur. Bu mukarnasın genel bir özelliği, her üçüncü katmanda ikincil eksen büyümesinin tamamlanması ve durmasıdır. Bu aynı zamanda diyagonal eksen boyunca ortaya çıkan radyal dallanmalarla ilerleyen ortogonal aksların kesintisiz olarak ilerlemesini sağlar.

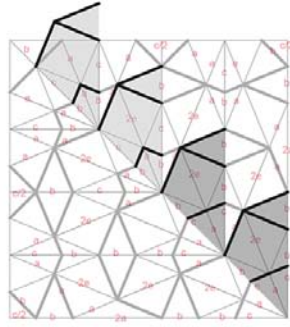
### Şifaiye Medresesi (Sivas)



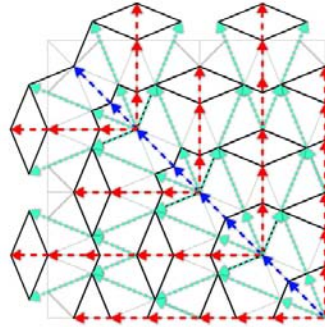
mukarnas planı



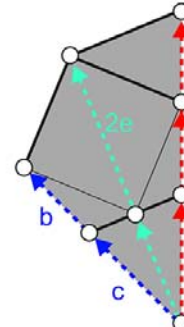
aksonometrik diyagram



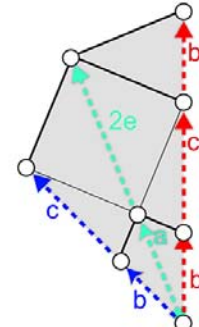
oranlar ve örüntü



simetri ve büyüme



büyüme kural 1



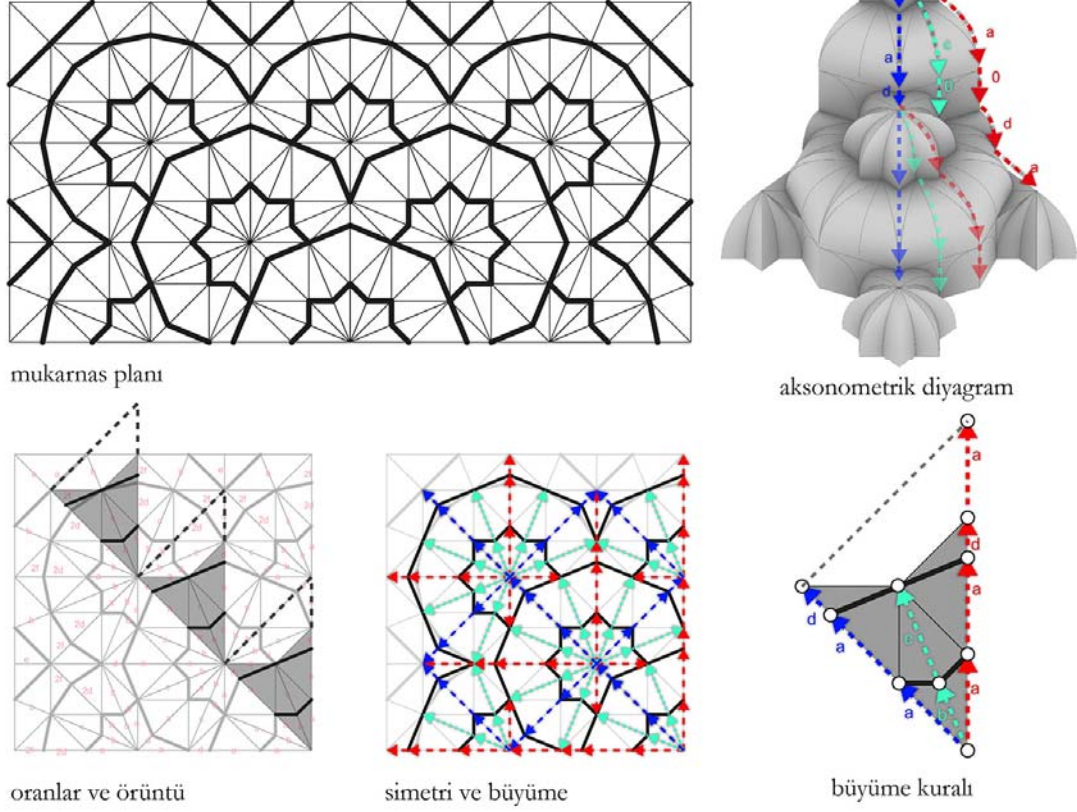
büyüme kural 2

**Şekil 20.** Şifaiye M-sistem diyagramları. Tekrarlanan örüntü plan üzerinden büyüme kuralı kullanarak tariflenmiş, aksonometrik modelde geometrik büyüme hareketleri gösterilmiştir.

#### 4.1.2. Sivas Çifte Minareli Medrese

Çifte Minareli Medrese'de (Sivas) mukarnasın büyüme kuralları, dallanma düğümlerinin yarı kristal bir desende dağılımını göstermektedir (Şekil 21). Bu kural, ortogonal eksenler boyunca 180 derecelik ve diyagonal eksen boyunca 270 derecelik dallanma kullanan yıldız, sekizgen ve onaltıgenlerin yerleştirilmesiyle belirginleşir. Bu mukarnasta, tüm birincil büyüme aksları (kırmızı ve mavi), eş zamanlı olarak  $a \rightarrow a \rightarrow d$  şeklinde tekrar eden bir model gösteren yıldızlarda birleşirken, ikincil eksen  $b \rightarrow c \rightarrow 0$  büyüme kuralını tarifler. Bu motif, mukarnas büyümesi tamamlanmadan önce altıncı katmanda  $2d \rightarrow 2f$  kuralının dönüşümüyle (uzunluk olarak  $a \rightarrow d$  kuralına eşittir) küçük bir varyasyon yaratarak sekizgenleri onaltıgenlere dönüştürür. Önceki örneklere benzer şekilde, bu varyasyon, tekrarlanabilen döngüsel bir gelişme gösterir. Örneğin proje kapsamında incelenen Kayseri'de bulunan birçok kümbet mukarnası, örneğin Alaca ve Çifte Kümbet, ilk dört katmanda yer alan örüntüye benzer sekizgenler ve büyüme hareketleri sergilemektedir. Bu durum mukarnas desenlerinin farklı mukarnas boyutları arasında tutarlı olduğunu gösterirken, varyasyonların küçük kural değişiklikleri ve tekrarlamalarla türedildiği bir dil olduğunu ortaya çıkarmaktadır.

### Çifte Minareli Medrese (Sivas)



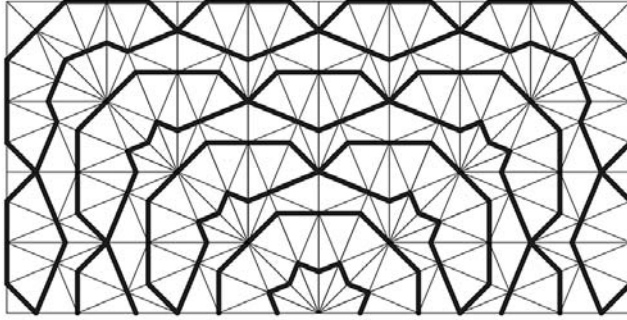
**Şekil 21.** Çifte minareli medrese M-sistem diyagramları. Tekrarlanan örüntü plan üzerinden büyüme kuralı kullanarak tariflenmiş, aksonometrik modelde geometrik büyüme hareketleri gösterilmiştir.

#### 4.1.3. Kayseri Hacı Kılıç Camii

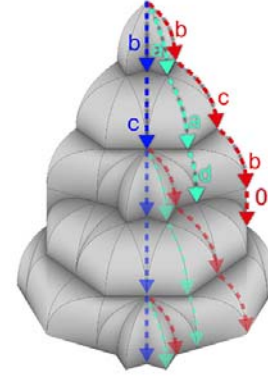
Hacı Kılıç Camii'nde mukarnas büyüme modeli her iki katmanda bir tekrarlanır (Şekil 22). Bu ritim, diyagonal aks (mavi) üzerindeki  $b \rightarrow c$  hareketlerinden sonra köşegen aksı boyunca yıldız tipinde çokgenler üretmektedir. Benzer şekilde ortagonal aks (kırmızı) hareket  $b \rightarrow c \rightarrow b \rightarrow 0$  kuralını takip ederken, ikincil eksen tek katmanlarda yıldız formu oluştururken ve çift katmanlarda çokgenleri değiştirmek için  $a \rightarrow a \rightarrow d$  büyüme kuralını gösterir. Bu kuralların altıncı katmana kadar düzenli tekrar ettiği gözlemlenmiştir. Altıncı katmanda diyagonalde büyüme kuralları  $c \rightarrow b$  ve ortogonal ekseninde  $c \rightarrow b \rightarrow b \rightarrow 0$  olarak değişir. Bu geçiş, yedinci seviyede diyagonal eksen boyunca sekizgenler oluşturur, ancak büyüme ritmi, planda her üç katmanda aynı mesafenin katedilmesiyle tutarlı görünür.



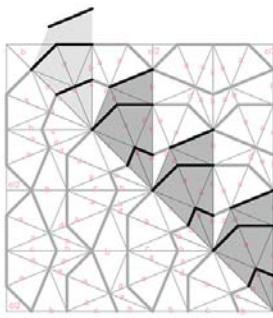
Hacı Kılıç Mosque (Kayseri)



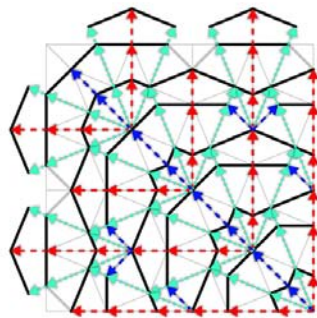
mukarnas planı



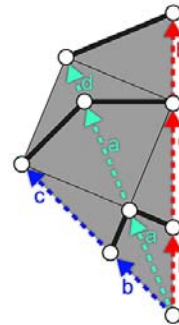
aksonometrik diyagram



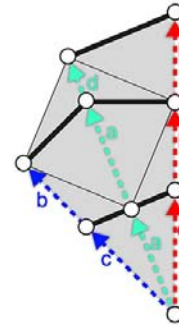
oranlar ve örüntü



simetri ve büyüme



büyüme kural 1



büyüme kural 2

**Şekil 22.** Hacı Kılıç Camii M-sistem diyagramları. Tekrarlanan örüntü plan üzerinden büyüme kuralı kullanarak tariflenmiş, aksonometrik modelde geometrik büyüme hareketleri gösterilmiştir.

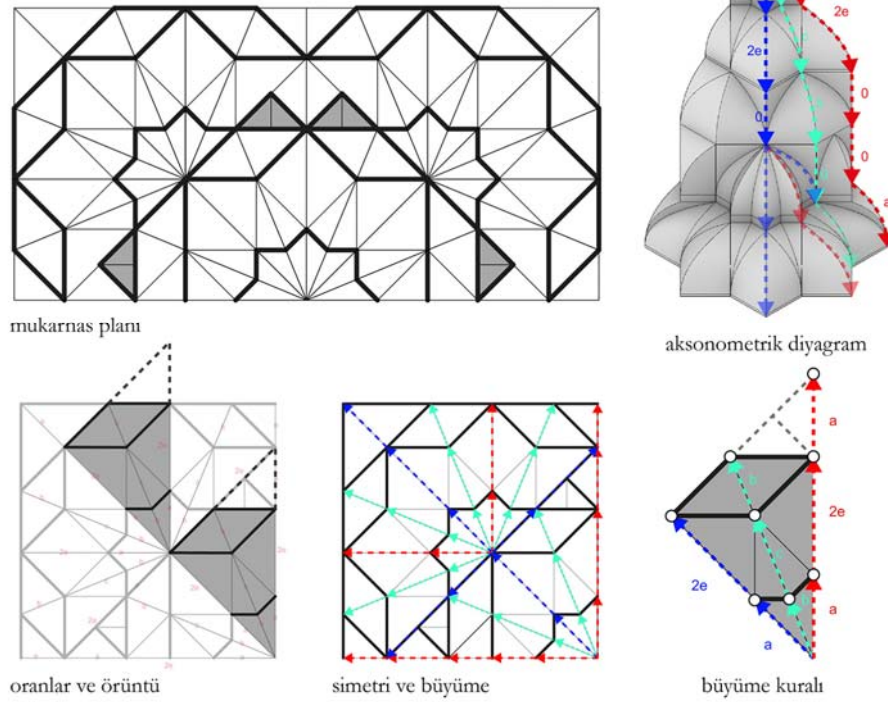
Hacı Kılıç Camii ile Sifaiye mukarnaslarının karşılaştırılması, iki mukarnasın benzer kural setlerini paylaştığını göstermektedir. Hacı Kılıç'ta, dışbükey çokgenler ve içbükey yıldızların olduğu her üç katmanda bir tekrarlanan örüntü davranışı Şifaiye'de farklılaşarak ortaya çıkar. Örneğin, 2e olarak tanımlanan oran Şifaiye'de ikincil ekseninde,  $a + d$  uzunluğu ise Hacı Kılıç'ta kullanılmaktadır ve bu iki büyüme kuralı eşit uzunluğa sahiptir. Bu kural ve oran benzerlikleri, mukarnasların üretiminde yer alan benzer oranların zenginliğini ve birbirine olan trigonometrik ilişkisini tariflerken oluşan kural bazlı üretimin zenginliğini ortaya çıkarmaktadır.

#### 4.1.4. Kayseri Gevher Nesibe Medresesi

Gevher Nesibe Medresesi'nde mukarnas her üç katmanda bir diyagonal aks boyunca tekrarlanır (Şekil 23). Bu hareket devam ettirildiğinde diyagonal aks üzerinde aynı geometri büyüyerek tekrarlanmakta ve sekizgenler oluşmaktadır. Üç boyutlu model üzerinden yapılan kıyaslamalarda mukarnastaki büyümenin diyagonal aks (mavi) üzerinde  $a \rightarrow 2e \rightarrow 0$  olduğu, ortogonal aksta (kırmızı)  $a \rightarrow 2e \rightarrow 0 \rightarrow 0 \rightarrow a \rightarrow 0$  hareketlerinin katmanlar boyunca bu harekete eşlik ettiği gözlenmiştir. Buna göre oluşan ikincil aks (yeşil)  $b \rightarrow c \rightarrow b \rightarrow 0$  büyümeleriyle diğer akslarla çakışmakta ve durmaktadır. Özellikle diyagonal aks üzerindeki büyüme hareketi tamamlandığında radyal bir dallanma gözlenmekte ve burada oluşan yeni akslar ikincil akstan gelen hareketle çakışmaktadır. Buna rağmen mukarnasın planı tamamen

simetrik değildir. Özellikle 2. katmanda x aksı yönündeki yatay eksen üzerindeki büyüme y aksı düşey eksen yönündeki hareketten farklıdır ancak benzer oranlar kullanılmıştır (2e). Ayrıca mukarnasın üçüncü katmanında yer alan  $0 \rightarrow a$  ortogonal büyüme kuralı, iki simetrik ikizkenar üçgen parçanın eklenmesiyle farklılaştırılmıştır (Fig 10'da mukarnas planındaki gri üçgenler). Bu değişiklik, genel simetri eksenini ve büyüme modelini takip etmemektedir ancak mukarnasın tasarımı ve üretimi sırasında stilistik bir farklılık ortaya çıktığı speküle edilebilir. Bu küçük farklılaşmalara rağmen mukarnasın tutarlı bir büyüme örüntüsü sunduğu saptanmıştır.

Gevher Nesibe Medresesi (Kayseri)

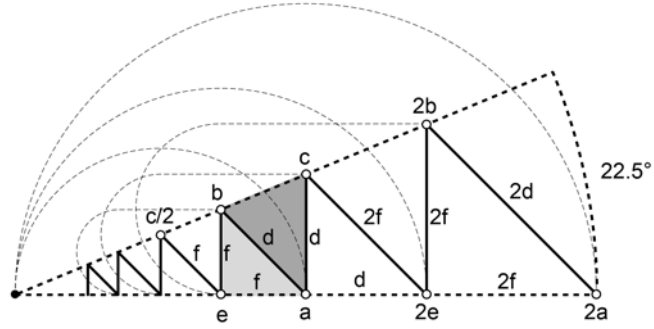


**Şekil 23.** Gevher Nesibe Medresesi'nin M-sistem diyagramları. Tekrarlanan örüntü plan üzerinden büyüme kuralı kullanarak tariflenmiş, aksometrik modelde geometrik büyüme hareketleri gösterilmiştir.

#### 4.2. Mukarnaslardaki trigonometrik oranların analizi ve ilişkileri

Proje kapsamında Kayseri ve Sivas bölgesindeki mukarnaslar tekrar incelendiğinde sekizgen radyal simetrisine göre oluşan taç kapı yapılarıdaki oranların ikizkenar (67.5 – 67.5 – 45) ve dik açılarda (45-45-90) üçgenlerin trigonometrik ilişkileri üzerinden geliştirildiği saptanmıştır. Sekizgen bazlı mukarnaslar plan dokusunda 22.5 derecelik açılarla büyümektedir ve bu açığa göre kullanılan oranların birbirleri arasında ölçeksel ilişkileri olduğu gözlenmiştir. Belirlenen herbir özel orana birer karakter katarı atanmış (a,b,c,d,e,f) ve yapılar üzerinde bu oranlar araştırılmıştır (Şekil 24). Geline aşamada mukarnaslarda belirlenen trigonometrik üçgene göre altı farklı oran kullanılmakta ve bu oranlar her iki kademedede ölçeklendirilerek

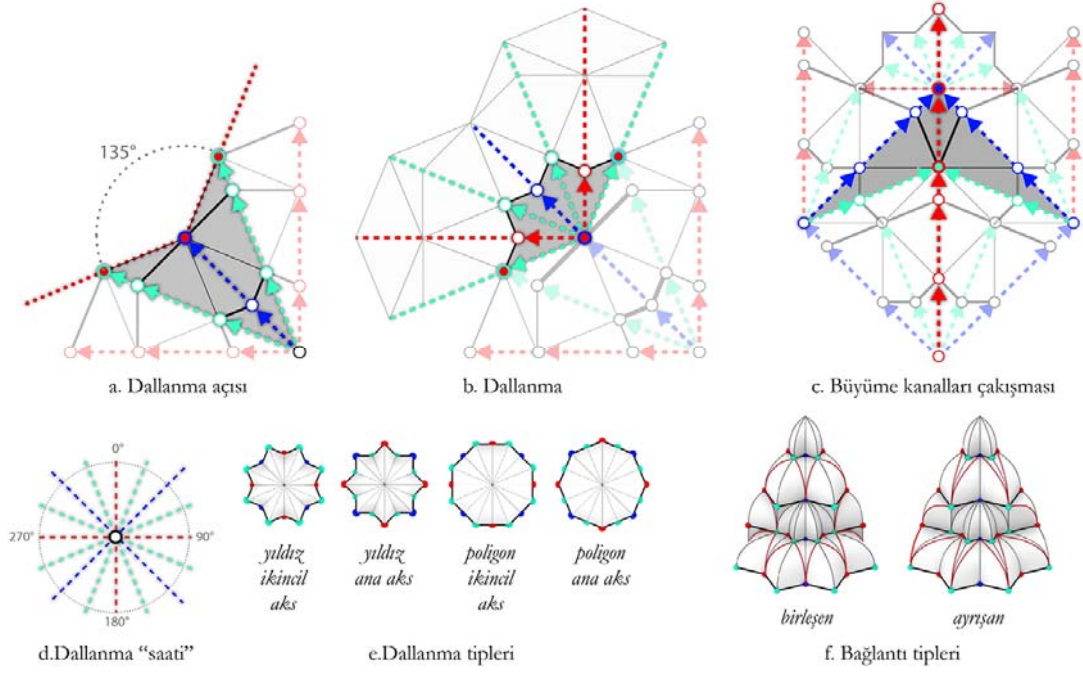
kare kök açılara göre harmonik bir büyüme tariflenmektedir. Bu oranlar son aşamada odaklanılan dört farklı yapıda analiz edilerek saptanmış ve belgelenmiştir.



**Şekil 24.** Mukarnaslarda kullanılan birim ölçüler arasındaki trigonometrik ilişkiler. İncelenen mukarnaslarda kullanılan en yaygın oranlar gri ile işaretlenmiş ve her ikinci kademede ölçeklenerek harmonik ilişkiler tariflenmiştir.

#### 4.3. Hesaplamalı mukarnas modelleme yöntemi geliştirilmesi (M-sistem)

Projenin son aşamasında geliştirilen algoritma, ismini aldığı L-sistem bazlı döngüsel bir algoritma tariflemekte ve iki tip kural üzerinden hesaplamalı olarak mukarnas geometrilerini modelleyebilmektedir. Bu nedenle tanımlanan geliştirilen algoritmaya “M-sistem” ismi verilmiştir. Algoritma iki tip kural grubu - “dallanma” ve “çakışma” – üzerinden tariflenmiştir. Dallanma kuralları mukarnas modellenirken kullanılan örüntülerin diyagonal (mavi) ve ortagonal (kırmızı) akslar üzerinde tamamlanması ardından döngüsel olarak tetiklenir ve yeni bir dallanma/büyüme oluşturur. Büyümenin döngüsel olarak tekrar edeceği noktada dallanma sayısı katmandaki açı miktarıyla hesaplanır (Şekil 25a-b). Buna göre bir “dallanma saati” tariflenmiştir ve her bir dallanmanın diyagonal yönelimli büyümeleri mavi renkte, ortagonal büyümeleri kırmızı ve ikincil akslar yeşille gösterilmiştir. Bu şekilde mukarnasların büyüme sırasında ortaya çıkan yeni dalların tipleri tariflenmiş ve M-sistemi tarifleyen örüntülere göre büyümeye devam etmeleri sağlanmıştır. Çakışma kuralları simetrik olarak belirli bir kanalda birleşen büyüme aksları için özel kurallar olarak tanımlanmıştır. Buna göre tek bir noktada çakışan aksların geometrik durumları kontrol edilmekte ve simetrik olarak çakışan akslar durdurulmaktadır (Şekil 25c gri alandaki yeşil ve mavi akslar). Bu şekilde büyüme aksları üzerindeki örüntü bazlı çakışmalar çözümlenmiş ve mukarnasların genel şema olarak yarı kristal dallanma içeren örüntü oluşturabilmesi sağlanmıştır.



**Şekil 25.** M-Sistem hesaplama kuralları.

M-sistemde kullanılan karakter katarları iki farklı tipte geometrik form oluşturmaktadır (Şekil 17e). Bunlar poligonel ve yıldız tipte olup ağırlıklı olarak dallanma noktalarında ortaya çıkmaktadır. Buna göre yıldız tipler genişlemiş poligonların iç bükey hallerini tariflemektedir ve birçok mukarnasta yıldız ve poligonların ardaşık olarak birbirlerini tekrar ettikleri gözlenmiştir. Özellikle Hacı Kılıç Camii ve Çifte Minareli Medrese mukarnaslarında yıldızlar tek katmanlarda ve poligonlar çift katmanlarda görülmektedir. Bu durum da mukarnasın tepe noktalarından incelendiklerinde döngüsel bir mekanizmaya sahip olduğunu doğrulamaktadır.

M-sistemde ortaya çıkan geometrilerin modellenmesi için üçgen bazlı iki tipte bağlantı kullanılmıştır (Şekil 17f). Bu geometriler planda dörtgen olarak tariflenen üç boyutlu geometrileri ikincil aksa bağladığında "birleşen," ana simetri aksına bağladığında "ayrışan" formda oluşmaktadır. Geliştirilen algoritmada her iki bağlantı türünde de mukarnasların modellenmesi ve incelemesi yapılmıştır. İncelenen mukarnaslarda ağırlıklı olarak birleşen tipte üçgen bağlantılar yer almaktadır. Varyasyonlar üretilirken düz panel içeren katman parçaları her iki tip üzerinden de ortaya çıkmaktadır.



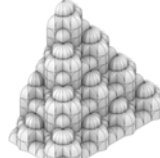
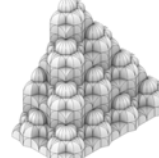








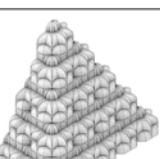
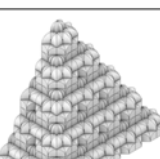
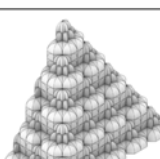
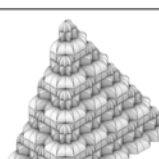
#### 4.4. Mukarnasın parametrik olarak üretilmesi ve varyasyon türetilmesi

Projenin son aşamasında M-sistem algoritması kullanılarak incelenen dört farklı yapının parametrik varyasyonları üretilmiş ve morfolojik olarak karşılaştırılmıştır (Şekil 18). Geliştirilen modeller fraktal geometri içermekte ve karakter katarları ve üçgen bağlantı tipleri (Birleşen (*True*); Ayrışan (*False*)) olarak kodlama diline aktarılmıştır. Özellikle parametrik olarak



modellenen mukarnasların karakter katar örüntülerini değiştirerek varyasyonlarını üretmek mümkündür. Ancak ortaya çıkan varyasyonların geometrik olarak çözümlenmesi gerekmektedir. Bu nedenle parametrik modelleme sürecinde ilk 4-5 katmanın görsel olarak nasıl çözümlendiğinin görülmesi ve gerekli olan geometrik oranların katar örüntülerine yerleştirilmesi gerekmektedir.

Geliştirilen varyasyonlar incelendiğinde mukarnasların hakim büyüme yönü olan diyagonal aksın vurgulandığı ve örüntülerdeki ortagonal dallanmalarında ana büyüme aksını tarifleyen dokular ürettiği gözlenmiştir. Özellikle Çifte minare mukarnasının fraktal modellemesinin kütleli olarak cami formunu andırması dikkat çekicidir. Şifaiye ve Hacı Kılıç mukarnaları benzer karakter katarları kullanarak zıt formlar oluşturmaktadır. Hacı Kılıç'ta ortaya çıkan sekizgenler, Şifaiye'de yıldız formlarına dönüşmektedir. Gevher Nesibe mukarnası ise örüntü olarak Çifte Minareli medreseye benzemekte ve yarı kristal dallanma içermektedir.

Sivas Çifte Minare		o: a,a,0,0,d,a d: a,a,d s: b,c,0,0 T: True		o: a,a,0,0,d,a d: a,a,d s: b,c,0,0 T: True		o: a,a,0,0,d,a d: a,d,a s: c,b,0,0 T: True		o: a,a,0,0,d,a d: a,d,a s: c,b,0,0 T: False
Kayseri Hacı Kılıç		o: b,c,b,0 d: b,c s: a,a,d T: True		o: b,c,b,0 d: b,c s: a,a,d T: False		o: b,b,b,0 d: c,b s: a,a,d T: False		o: b,b,b,0 d: c,b s: a,a,d T: True
Sivas Şifaiye		o: b,c,b,0 d: b,c s: a,x,0 T: False		o: b,c,b,0 d: b,c s: a,x,0 T: True		o: b,b,b,0 d: c,b s: a,x,0 T: False		o: b,b,b,0 d: c,b s: a,x,0 T: True
Kayseri Gevher Nesibe		o: a,x,0,0,a,0 d: a,x,0 s: b,c,b,0 T: False		o: a,x,0,0,a,0 d: a,x,0 s: b,c,b,0 T: True		o: a,0,x,0,0,a d: a,0,x s: b,b,c,0 T: False		o: a,0,x,0,0,a d: a,0,x s: b,b,c,0 T: True

**Şekil 26.** M-Sistem varyasyonlarının aksonometrik görünüşleri ve parametreleri (O: ortagonal aks karakter örüntüsü, D: diyagonal aks karakter örüntüsü, S: İkincil aks karakter örüntüsü, T: üçgen bağlantı tipini gösterir).

## 5. TARTIŞMA

Araştırma kapsamında geliştirilen yöntemler sayesinde Anadolu Selçuklu dönemine ait Kayseri ve Sivas'ta bulunan yapılarda hesaplamalı bir tasarım yönteminin olduğu saptanmış, tariflenen geometrik sistemin varyasyona açık, kural bazlı çalışan, simetri ve örüntüler üzerinden modüler bir yapı sunduğu görülmüştür. Araştırma kapsamında incelenen dört farklı yapının ortaya çıkardığı ortak dil, mukarnasların doğal taş malzemeden üretilen tektonik dilinin fraktale benzeyen geometrik simetri grupları içerdiğini göstermiştir. Buna rağmen incelenen birçok yapıda düzenli bir örüntü yerine birkaç katmanda tutarlı devam eden, belirli katmanlarda kural değişimi gösteren ya da düzensizleşen örüntülere rastlanmıştır.

Literatür kapsamlı olarak incelendiğinde, projenin araştırma hipotezine göre geliştirilen simetri, büyüme ve fraktal geometri içeren özgün hesaplamalı çözümleme yaklaşımı ile birebir örtüşen bir çalışma bulunmadığı tespit edilmiştir. Proje kapsamında geliştirilen hesaplama yöntemi, mukarnas parçalarının akış yönünün tersine taç merkezden dağılan ve dallanan simetri akslarına odaklanmaktadır. Bu yönüyle plandan 3. boyuta taşınarak mukarnas yapımını icra eden ve çevreden merkeze doğru ilerleyen geleneksel yapım tekniğinden farklılaşmaktadır. Diğer yandan Harmsen'in (2006) önerdiği diyagramatik analize, hiyerarşik ve büyüme odaklı yeni bir bakış açısı kazandırmaktadır. Ayrıca parça ve katmanlar arasındaki büyüme ilişkilerinin simetri üzerinden kurulması mukarnas modellerinin soyutlanarak dallanma diyagramlarına aktarılmasını sağlamış ve parça tipleri (Alaçam vd., 2017) ve entropi (Güzelci vd., 2020) üzerinden geliştirilen analizlerin kapsamını ve yapı envanterini arttırarak harmonik ve kıyaslanabilir bir boyut kazandırmıştır. Mukarnaslarda saptanan taç merkezden hiyerarşik dağılım ve dallanmalı bakış açısı, bu alanda ortaya çıkmış güncel hesaplamalı çalışmalara (Ağırbaş, 2020) benzemektedir, ancak geliştirilen fraktal örüntü sistemlerinin kısıtlı karakter katar serileri üzerinden parametrik olarak üretken, tipolojik olarak kıyaslanabilen ve basitleştirilmiş bir model sunduğu gözlenmiştir.

Hesaplamalı bir bakış açısıyla tanımlanan M-sistem algoritması, form ve geometri çalışması için geliştirilen diğer üretken modelleme yöntemlerini ana hatlarıyla tek bir çatı altında birleştirmektedir. Fraktal geometri içeren birçok mimari yapı, örneğin Cami, Gotik Kilise ve Hindu tapınakları ve diğer kültürel miras yapılarına benzer şekilde, Anadolu mukarnasları da kendi içinde tutarlı bir yaklaşım sunmakta ve benzer bir hesaplama üzerinden çoğaltılabilen ve varyasyon üretebilen bir yöntem içermektedir. İslami süslemede kullanılan simetri ve parçalanma bazlı diğer hesaplamalı araştırmalarla karşılaştırıldığında, mukarnasın geometrik parçalarının dağılımı yarı kristal desenlerde görülen özyineleme ve dallanma şemaları içerir. Proje kapsamında incelenen yapılar, 22,5 derecelik dallanma açılarına uyan sekizgen simetrisinden çıkarılan trigonometrik oranları kullanmaktadır. Anadolu Selçuklu envanterinde ongen ve onikigen mukarnas yapıları mevcut olmakla birlikte, çalışma, İslam geometrisindeki

simetri ve büyümenin tektonik çalışması için prototip bir çalışma olarak sekizgen yapılara odaklanmıştır. Geliştirilen yöntemle daha karmaşık mukarnasların analiz edilmesi ve M-sistem kurallarının kapsamının ve üretkenliğinin artırılması gerekmektedir.

Mukarnasların üretiminde ve kurallarının saptanmasında simetri ve hiyerarşik dallanma/büyümenin varlığı bu araştırma sayesinde hesaplamalı olarak ortaya konmuştur. Buna göre mukarnaslar diğer İslami süsleme yöntemlerinde de ortaya çıkan ve trigonometrik oranlarla tariflenen harmoni ve geometrinin kesişiminde konumlanmaktadır. Yapılar üzerinden geliştirilen analizlerde saptanan geometrik oranların ikizkenar ve dik üçgenler üzerinden ritmik bir büyüme gösterdiği ve ortaya çıkan katar diyagramında altı farklı sabit oranın ölçüklenebildiği altın oran ilişkilerine rastlanmıştır.

Mukarnaslar için geliştirilen hesaplama yöntemi, taç kapıların tepe noktalarından yer düzlemine doğru dallanan bir hareket üzerinden incelenmiş ve tektonik olarak inşa edilen yapıların zıt yönünde bir büyüme tariflemiştir. Buna göre yapılar hesaplama doğrultusunda merkezden taç kapının kare planına doğru büyürken düzenli bir yapıdan düzensiz bir yapıya doğru geçişler göstermektedir. Ancak bu durum inşai süreçler için bir çelişki yaratmaktadır. Zira üretilen sistemin taç merkeze doğru kademeli olarak inşası sırasında geometrik bir sistemin düzensiz olarak başlatılması bir çelişki sunmaktadır. Bu konunun mukarnasların hesaplamalı tasarım ve modüler üretimi özelinden ele alınarak araştırılması gerekmektedir. Ü

## 6. SONUÇ VE ÖNERİLER

Sunulan çalışma, kültürel miras yapılarının geometrik yapılarını kural bazlı ele alarak varyasyonlar üzerinden birbiriyle ilişkilendirebilecek üretken bir algoritma aracılığıyla araştırılabileceğini göstermektedir. Anadolu Selçuklu mukarnaslarında matematik ve geometri kavramları arasındaki derin ilişki, tektonik yapının hesaplamalı bir yöntemle planlandığı ve teknolojik araçlar kullanılarak üretildiğini göstermektedir. Sunulan metodoloji, varyasyonları belgelemek, analiz etmek ve görselleştirmek için hesaplamalı yöntemleri geliştirmenin yanı sıra, geometrik sistemleri algoritmalar üzerinden ele alarak kültürel miras yapılarına parametrik bir perspektif getirmeyi amaçlamaktadır. Tarihsel eserlerinin yalnızca görsel ve hermeneutic analizinin aksine, bu hesaplamalı yaklaşım, mimari yapıların üretimi için belirgin olarak kullanılan kuralların tariflediği tarihsel bir arketipin formülasyonu için model oluşturmakta ve bu soyut üretken model üzerinden karşılaştırmalı analiz yapılabilmesinin ve yeni bulgular üretilmesinin önünü açmaktadır. Proje kapsamında geliştirilen M-sistem algoritması Kayseri ve Sivas'taki yapıları hesaplamalı olarak ilişkilendirmiş ve bu alanda özgün bir çalışma ve argüman ortaya koymuştur. Proje kapsamında geliştirilen çalışma yapı envanteri arasında sekizgen simetrisine sahip yapılar üzerinden üretilmiş ve kullanılan trigonometrik oranlar saptanmıştır. Benzer oran ve kuralların varlığının diğer simetri grubu



içeren (ongen ve onikigen) mukarnas örnekleri üzerinden de karşılaştırılmalı olarak araştırılması gerekmektedir.

## KAYNAKLAR

- Abas, S.J. & Salman, A.S. (1995). Symmetries of Islamic geometrical patterns, World Scientific.
- Abbasy-Asbagh, G., (2013). [RE]Folding Muqarnas: A Case Study, Design Poster, ACADIA 2013.
- Abdullahi, Y., & Embi, M. R. B. (2013). Evolution of Islamic geometric patterns. *Frontiers of Architectural Research*, 2(2), 243-251
- Ağırbaş, A. (2020). Algorithmic Decomposition of Geometric Islamic Patterns: A Case Study with Star Polygon Design in the Tombstones of Ahlat. *Nexus Network Journal*, 22(1), 113-137.
- Ağırbaş, A., & Yildiz, G. (2021). Origin of irregular star polygons in ground projection plans of muqarnas. *Nexus Network Journal*, 23(2), 507-548.
- Ahmad, M., Rashid, K., & Naz, N. (2018). Study of the ornamentation of Bhong Mosque for the survival of decorative patterns in Islamic architecture. *Frontiers of Architectural Research*. 7. 10.1016/j.foar.2018.03.004.
- Alaçam, S., Güzelci, O. Z., Gürer, E., & Bacinoğlu, S. Z. (2017). Reconnoitring computational potentials of the vault-like forms: Thinking aloud on muqarnas tectonics. *International Journal of Architectural Computing*, 15(4), 285-303.
- Alani, M. W. (2018). Algorithmic investigation of the actual and virtual design space of historic hexagonal-based Islamic patterns. *International Journal of Architectural Computing*, 16(1), 34-57.
- Aslanapa, O. 1971. *Turkish Art and Architecture*. London, Fabe and Faber Limited.
- Bonner, J. (2017). 2 Differentiation: Geometric Diversity and Design Classification. In *Islamic Geometric Patterns* (pp. 153-220). Springer, New York, NY.
- BuHamdan, S., Alwisy, A., & Bouferguene, A. (2020). Generative systems in the architecture, engineering and construction industry: A systematic review and analysis. *International Journal of Architectural Computing*, 1478077120934126.
- Castera.J. 1999. Zellijs, muqarnas and quasicrystals. *ISAMA 99* (1999), 99–104.
- Coelho, A., Sousa, A., & Ferreira, F. N. (2020). Procedural Modeling for Cultural Heritage. In *Visual Computing for Cultural Heritage* (pp. 63-81). Springer, Cham.
- Cromwell, P. R. (2009). The search for quasi-periodicity in Islamic 5-fold ornament. *The Mathematical Intelligencer*, 31(1), 36.
- Dabbour, L. M. (2012). Geometric proportions: The underlying structure of design process for Islamic geometric patterns. *Frontiers of Architectural Research*. Volume 1, Issue 4,380-391, 10.1016/j.foar.2012.08.005.
- Dawkins, R. (2003). The evolution of evolvability. *On growth, form and computers*, 239-255.

Del, M. S. T. T., & Tabrizi, S. K. (2020). A methodological assessment of the importance of physical values in architectural conservation using Shannon entropy method. *Journal of Cultural Heritage*.

Dold-Samplonius Y., 1992. Practical Arabic Mathematics: Measuring the Muqarnas by al-Kāshī Centaurus, 35, 193–242.

Dold-Samplonius Y., & Harmsen S.L. (2005). The muqarnas plate found at Takht-i Sulayman: a new interpretation. *Muqarnas*, 22: 85–94.

Dold-Samplonius, Y., & Harmsen, S. L. (2015). Muqarnas: Construction and Reconstruction. In *Architecture and Mathematics from Antiquity to the Future* (pp. 709-719). Birkhäuser, Cham.

Erdmann 1961: K. Erdmann, *Das Anatolische Karavansaray des 13. Jahrhunderts*, I-II, Berlin 1961.

Fenton, M., Byrne, J., & Hemberg, E. (2018). Design, architecture, and engineering with grammatical evolution. In *Handbook of Grammatical Evolution* (pp. 317-339). Springer, Cham.

Fernandez, A., Maignan, L., & Spicher, A. (2019, June). Lindenmayer Systems and Global Transformations. In *International Conference on Unconventional Computation and Natural Computation* (pp. 65-78). Springer, Cham.

Gámiz Gordo, A., & Ferrer Pérez-Blanco, I. (2019). A Grammar of Muqarnas: Drawings of the Alhambra by Jones and Goury (1834-1845). *VLC arquitectura. Research Journal*, 6(2), 57-87.

Gámiz-Gordo, A., Ferrer-Pérez-Blanco, I., & Reinoso-Gordo, J. F. (2020). The Pavilions at the Alhambra's Court of the Lions: Graphic Analysis of Muqarnas. *Sustainability*, 12(16), 6556.

Gherardini, F., & Leali, F. (2016). A Framework for 3D Pattern Analysis and Reconstruction of Persian Architectural Elements. *Nexus Network Journal*, 18(1), 133-167.

Gielis, J. (2003). A generic geometric transformation that unifies a wide range of natural and abstract shapes. *American journal of botany*, 90(3), 333-338.

Gielis, J. (2017). *The geometrical beauty of plants* (pp. 1-229). Paris: Atlantis Press.

Gouyet, Jean-François (1996). *Physics and fractal structures*. Paris/New York: Masson Springer

Güzelci, O. Z., ve Alaçam, S. (2019) A Study on Measuring Complexity in Muqarnas Patterns. *The Turkish Online Journal of Design, Art and Communication - TOJDAC*.

Güzelci, O. Z., Alaçam, S., Bayram, A. K. Ş., & Lacroix, I. (2020). Measuring the Entropy of Sinan's Muqarnas Patterns. *Nexus Network Journal*, 1-21.

Hakkı, A. (2007) *Anadolu Selçuklu Dönemi Kervansarayları*, T.C. KÜltür ve Turizm Bakanlığı Yayınları, Ankara (İlk baskısı 2000 yılında yapılmıştır).



Hamekasi, N., Samavati, F. F., & Nasri, A. (2011, August). Interactive modeling of Muqarnas. In Proceedings of the International Symposium on Computational Aesthetics in Graphics, Visualization, and Imaging (pp. 129-136).

Harb, U., 1978. Ilkhanidische Stalaktitengewölbe, Beiträge zu Entwurf und Bautechnik, volume IV of Archäologische Mitteilungen aus Iran. Dietrich Reiner, Berlin.

Harmsen, S., (2006). Algorithmic Computer Reconstructions of Stalactite Vaults - Muqarnas - in Islamic Architecture, PhD Thesis, University of Heidelberg, 2006.

Heinrichs W. The etymology of muqarnas: some observations. In: Krotkoff G, Afsaruddin A and Matias Zahniser AH (eds) *Humanism, culture, and language in the Near East: studies in honor of Georg Krotkoff*. Warsaw, IN:Eisenbrauns, 1997, pp. 174.

Hensel M. (2008). Performance orientated design precursors and potentials. *Architectural Design*, 78(2): 48–53

Imani, E. (2017). *Historical and geometrical analysis of muqarnas and prospect of its reflection on today's architecture* (Master's thesis, MIDDLE EAST TECHNICAL UNIVERSITY).

Joye, Y. (2007). Fractal Architecture Could Be Good for You. *Nexus Network Journal*, Vol. 9, No. 2, p. 159-382.

Kaplan, C. S. (2000). Computer generated islamic star patterns. *Bridges*, 105-112.

Kaplan, C. S. (2002). Computer graphics and geometric ornamental design (pp. 75-76). Seattle, WA: University of Washington.

Kaplan, C. S., & Salesin, D. H. (2004). Islamic star patterns in absolute geometry. *ACM Transactions on Graphics (TOG)*, 23(2), 97-119.

Kaplan, C. S. (2005, May). Islamic star patterns from polygons in contact. In Proceedings of graphics interface 2005 (pp. 177-185).

Karabörk, H., Yaldiz, E., & Karasaka, L. (2017). 3D Documentation of Portal Muqarnases in Anatolian Madrasahs With Digital Close Range Photogrammetry Method. *Mediterranean Archaeology & Archaeometry*, 17(3).

Kashef, M. (2017). Bahri Mamluk muqarnas portals in Egypt: Survey and analysis. *Frontiers of Architectural Research*, 6(4), 487-503.

Katona, V. (2020). Geometry and architecture: Parametricism, Morphology, Design Methodology. *SYMMETRY: CULTURE AND SCIENCE*, 31(3), 229-229.

Khamjane, A., and Benslimane, R. (2018). Generating Islamic Quasi-Periodic Patterns: A New Method. *J. Comput. Cult. Herit.* 11, 3, Article 13 (September 2018), 18 pages. Doi: <https://doi.org/10.1145/3127090>.

Krivochen, D., & Saddy, D. (2018). Towards a classification of Lindenmayer systems. *arXiv preprint arXiv:1809.10542*.

Kuban, D. *Anadolu Türk Mimarisinin Kaynak ve Sorunları*, İstanbul 1965, s. 136-137.



Kuban, D. 2002. *Selcuklu Caginda Anadolu Sanati*. Istanbul: Yapi Kredi Yayinlari.

Marnerides, D., Hulusic, V., & Debattista, K. (2020). High Dynamic Range in Cultural Heritage Applications. In *Visual Computing for Cultural Heritage* (pp. 43-62). Springer, Cham.

Lindenmayer, A. (1968). "Mathematical models for cellular interactions in development II. Simple and branching filaments with two-sided inputs". *Journal of Theoretical Biology*. **18** (3): 300–315. doi:10.1016/0022-5193(68)90080-5. ISSN 0022-5193. PMID 5659072.

Lu, Peter J.; Steinhardt, Paul J. (2007), "Decagonal and Quasi-crystalline Tilings in Medieval Islamic Architecture" (PDF), *Science*, **315** (5815): 1106–1110, Bibcode:2007Sci...315.1106L, Doi:10.1126/science.1135491.

Maignan, L., & Spicher, A. (2015, July). Global Graph Transformations. In *GCM@ ICGT* (pp. 34-49).

Mandelbrot, B. B. (1983). *The Fractal Geometry of Nature*. San Francisco: W.H. Freeman.

Marnerides, D., Hulusic, V., & Debattista, K. (2020). High Dynamic Range in Cultural Heritage Applications. In *Visual Computing for Cultural Heritage* (pp. 43-62). Springer, Cham.

McCormack, J. (2004). Aesthetic evolution of L-systems revisited. In *Workshops on Applications of Evolutionary Computation* (pp. 477-488). Springer, Berlin, Heidelberg.

Mulayim, S. 1982. *Anadolu Turk Mimarisinde Geometrik Suslemeler: Selcuklu Cagi*. Ankara: Kultur ve Turizm Bakanligi Yayinlari.

Notkin, I. I. (1995). Decoding sixteenth-century muqarnas drawings. *Muqarnas Online*, 12(1), 148-171.

O'Reilly, U. M., & Hemberg, M. (2007). Integrating generative growth and evolutionary computation for form exploration. *Genetic Programming and Evolvable Machines*, 8(2), 163-186.

Ortega, A., Dalhoum, A. A., & Alfonseca, M. (2003). *Grammatical evolution to design fractal curves with a given dimension*. *IBM Journal of Research and Development*, 47(4), 483–493. doi:10.1147/rd.474.0483.

Ödekan, A. 1977. *Osmanli öncesinde Anadolu Türk mimarisinde mukarnasli portal örtüleri*, İstanbul, İstanbul Teknik Üniversitesi Mimarlık fakültesi baski Atölyesi.

Ögel, S. 1966. *Anadolu Selcuklularinin Taş Tezyinatı*. Ankara: Turk Tarih Kurumu.

Ögel, S. 1986. *Anadolu Selçuklu Sanatı Üzerine Görüşler*, İstanbul, Matbaa Teknisyenleri Basımevi.

Ögel 2006: S. Ögel, " Taçkapılar ", *Anadolu Selcukluları ve Beylikler Donemi Uygarlığı*, 2, (Ed. A. U. Peker-K. Bilici), Ankara 2006, 469- 487.

Ögel 1972; S. Ögel "Ortaçağ Çerçevesinde Anadolu Selçuklu Sanatı" *Malazgirt Armağanı*, Ankara 1972, 131- 138.



Özdural A. An analysis of the geometry of stalactites: Buruciye Medrese in Sivas. *METU JFA* 1991; 11: 57–71.

Özdural, A., 2000. Mathematics and arts: Connections between theory and practice in the medieval Islamic world. *Historia mathematica*, 27(2), 171-201.

Özergin 1965: M. K. Özergin, "Anadolu 'da Selçuklu Kervansarayları" *Tarih Dergisi*, 15/20 (1965), 141- 170.

Parish, Y., Muller, P. (2001). Procedural modeling of cities. In: Proceedings of the 28th annual conference on computer graphics and interactive techniques (Siggraph '01). ACM, pp 301–308.

Peker, A. U. 2009. "Anadolu Selçuklu Tarihinde Anlam Araştırmaları", *Türkiye Araştırmaları Literatür Dergisi*, 7(13), 67-80.

Penrose, R. (1979). Pentaplexity a class of non-periodic tilings of the plane. *The mathematical intelligencer*, 2(1), 32-37.

Prusinkiewicz, P., & Hanan, J. (2013). *Lindenmayer systems, fractals, and plants* (Vol. 79). Springer Science & Business Media.

Rozenberg, G., & Salomaa, A. (Eds.). (2012). *Lindenmayer systems: impacts on theoretical computer science, computer graphics, and developmental biology*. Springer Science & Business Media.

Sakkal, M. (1982). Geometry of muqarnas in Islamic architecture (Master's thesis, University of Washington).

Schmidhuber, J. (2015). Deep learning in neural networks: An overview. *Neural networks*, 61, 85-117.

Singh, V., & Gu, N. (2012). Towards an integrated generative design framework. *Design studies*, 33(2), 185-207.

Şaman Doğan, N., Görür, M (2007) Anadolu Selçuklu Kervansaraylarında Süsleme. Acun Hakkı (Ed.) Anadolu Selçuklu Dönemi Kervansarayları, T.C. Kültür ve Turizm Bakanlığı Yayınları, Ankara

Tabbaa, Y., 1985. The Muqarnas Dome: Its Origin and Meaning. *Muqarnas*, 3, 61-74.

Turan, O. (1993). *Selçuklular tarihi ve Türk-İslam medeniyeti*. Boğaziçi Yayınları, İstanbul.

Yaghan, M.A.J., (2000). Decoding the two-dimensional pattern found at Takht-I Sulayman into three-dimensional muqarnas forms. *Iran*, 77-95.

Yaghan M.A.J. (2003). Gadrooned-Dome's Muqarnas-Corbel: analysis and decoding historical drawings. *Archit Sci Rev*, 46(1): 69–88.

Yaghan, M.A.J. (2010). The evolution of architectural forms through computer visualisation: muqarnas example. *Electronic Visualisation and the Arts (EVA 2010)*, 113-120.

Weyl, H. 1952/1989/2015. *Symmetry*. Princeton University Press, Princeton, New Jersey, USA.

Url-1: <https://islamansiklopedisi.org.tr/mukarnas> (Erişim tarihi 26 Eylül 2021).

Url-2: <https://www.etymonline.com/word/symmetry> (Erişim tarihi 26 Eylül 2021).

Url-3: <https://islamansiklopedisi.org.tr/koluk-camii-ve-kulliyesi> (Erişim tarihi 26 Eylül 2021).





## **EKLER**

EK1 – Fotogrametrik Modeller

EK2 – Aksonometrik Modeller

EK3 – Mukarnasların Simetri Analizi

EK4 – Kayseri'deki Mukarnasların Trigonometrik Analizi

EK5 – Yapı Yükseklik Analizleri

EK6 – Mukarnasların Hesaplamalı Analizi

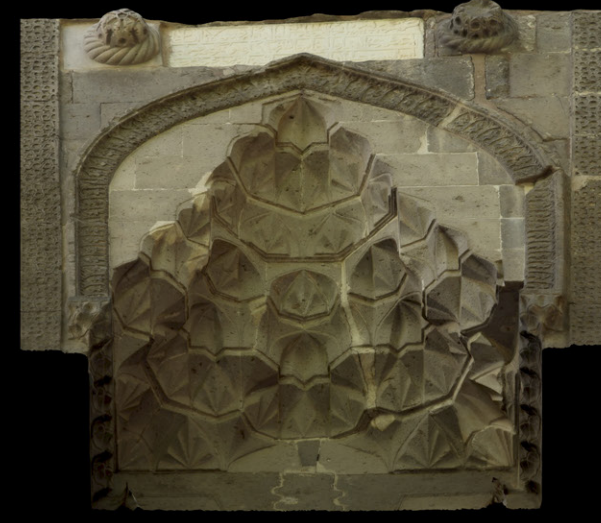
EK7 – M-sistem Kuralları

EK8 – M-sistem Varyasyonları





Hacı Kılıç Camii 1



Gölük Camii



Emir Şahap Türbesi



Döner Kümbet



Çifte Kümbeti



Alaca Kümbet



Hacı Kılıç Camii 2



Karatay Han



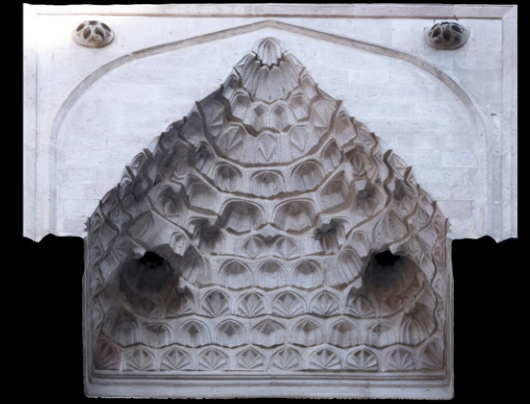
Hunat Hatun Camii 3



Hunat Hatun Camii 2



Hunat Hatun Camii 1



Hatuniye Medresesi



Şah Kutluğ Hatun Kümbeti



Sultan Han 3



Sultan Han 1



Sahabiye Medresesi



Sifaiye Medresesi Sivas



Gök Medrese



Çifte Minareli Medrese



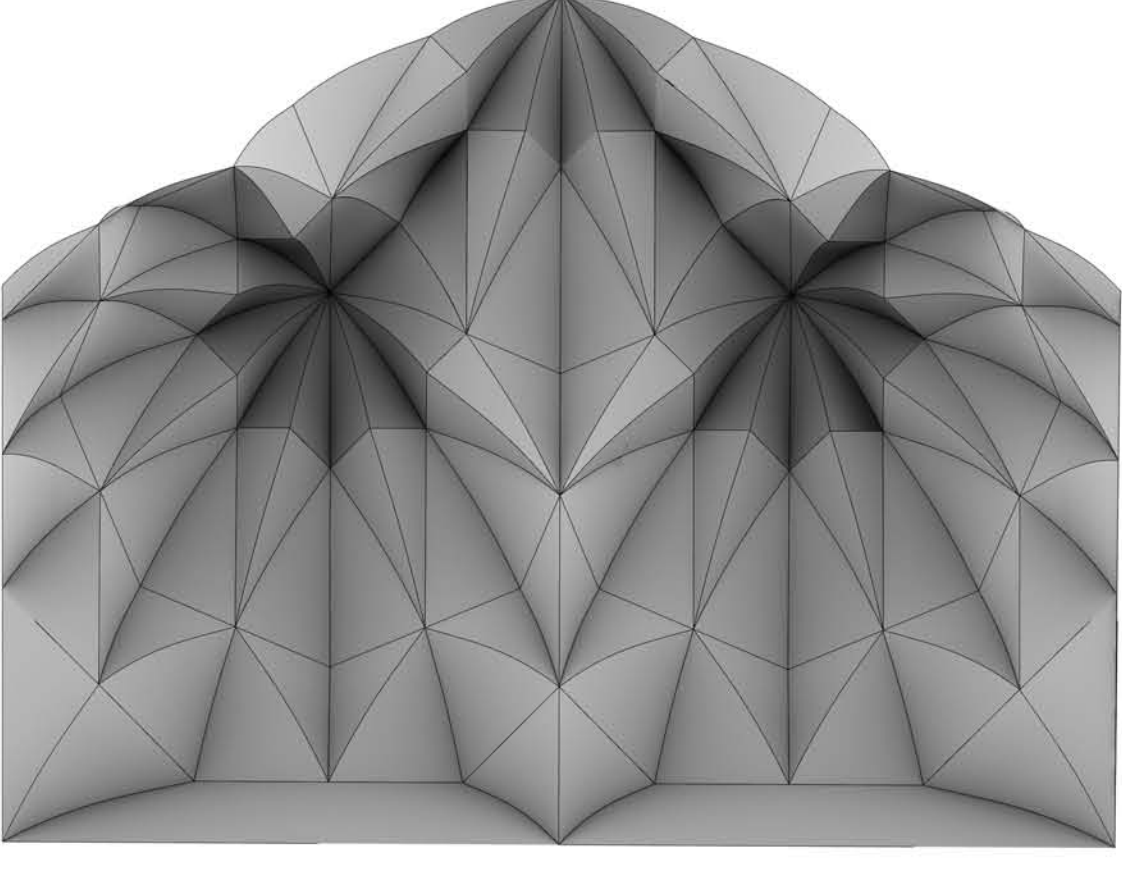
Buruciye Medresesi



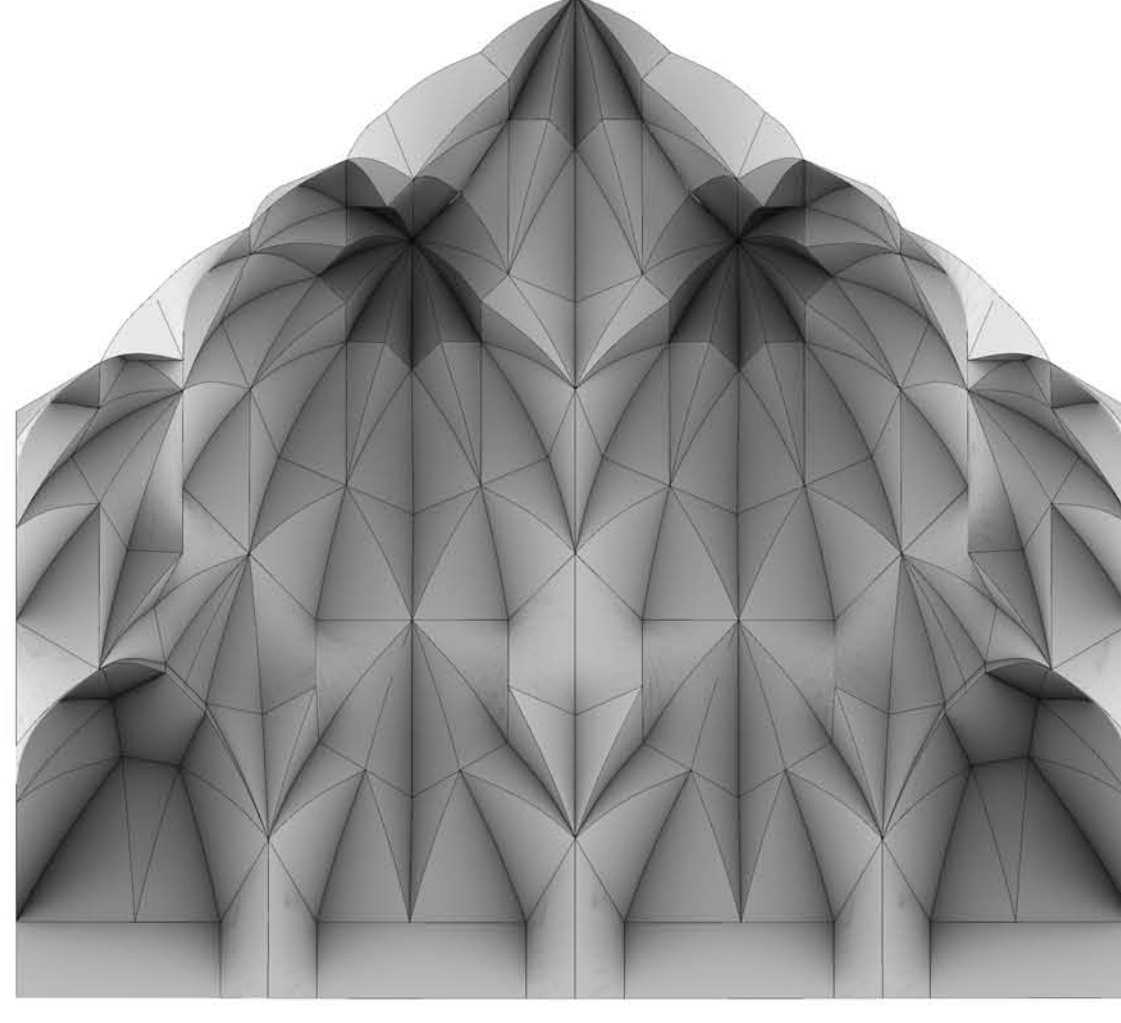
Şifahiye Medresesi Kayseri



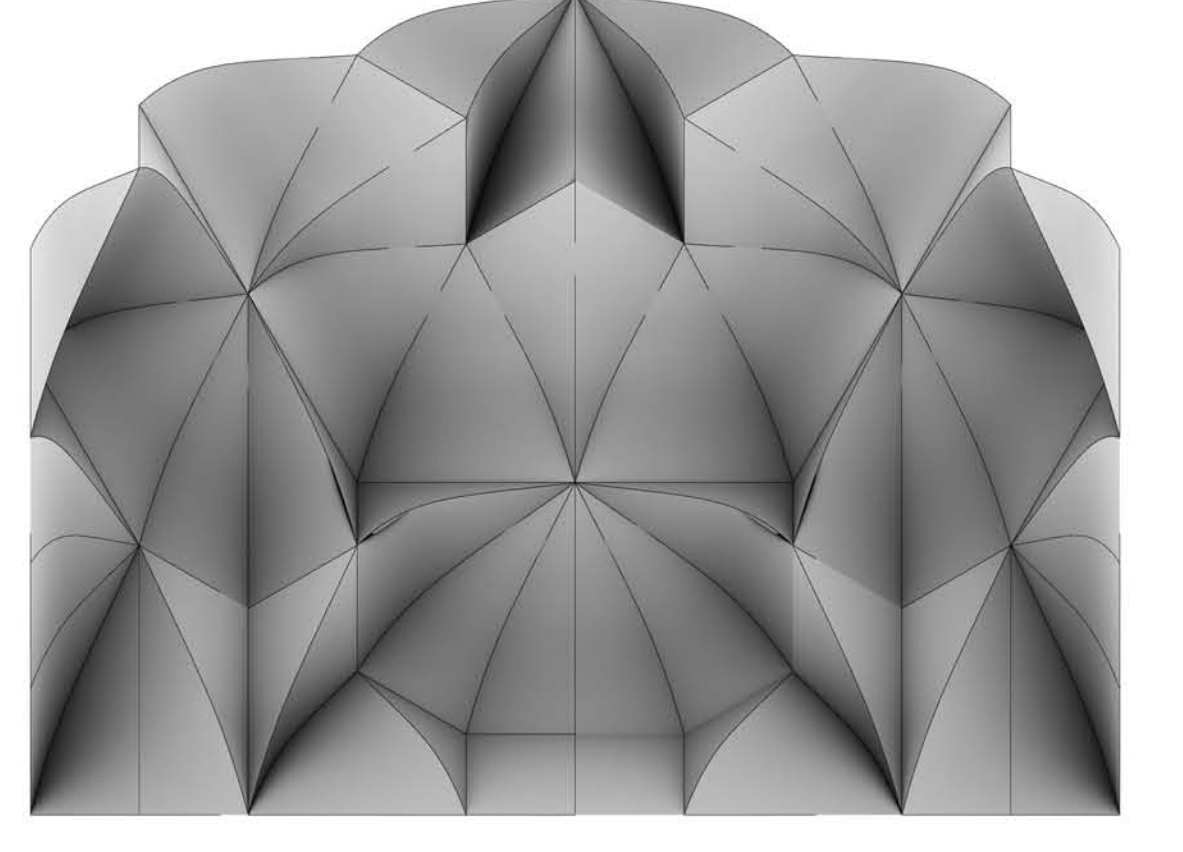
# Kayseri



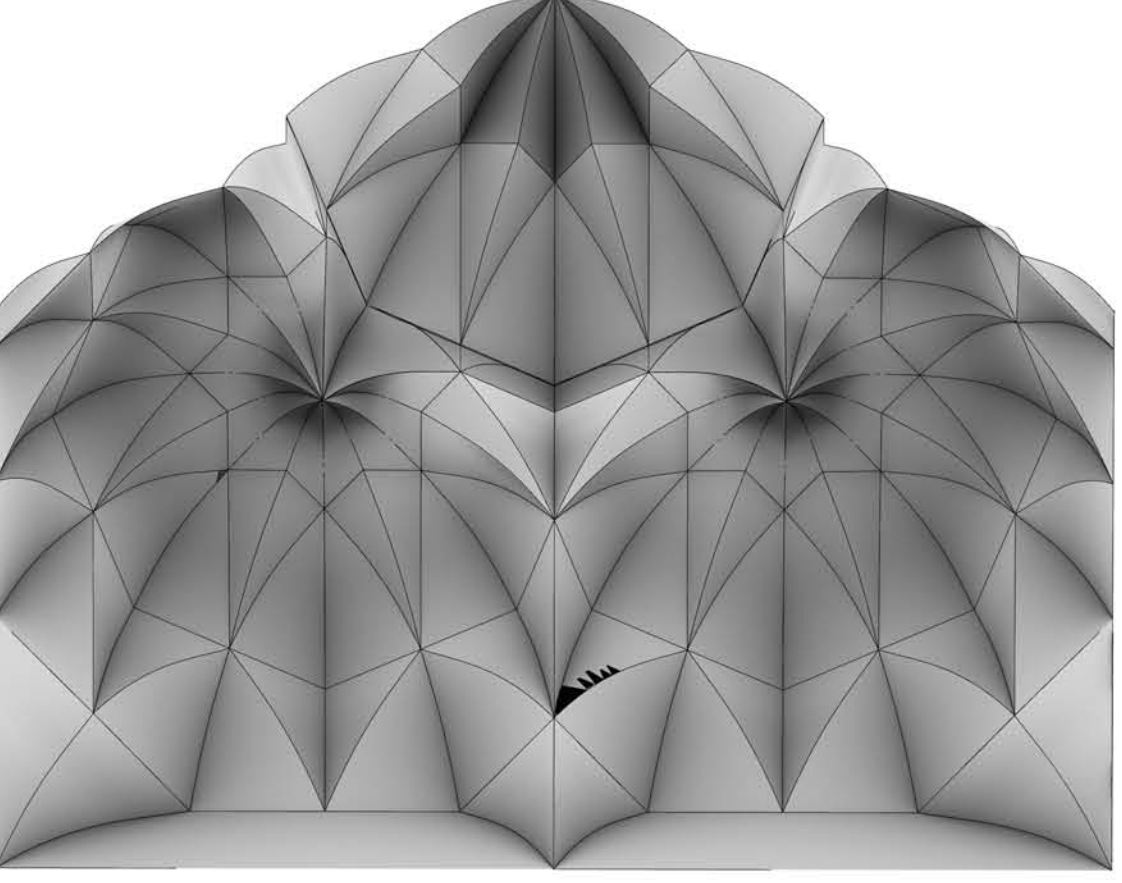
*Alaca Kümbet*



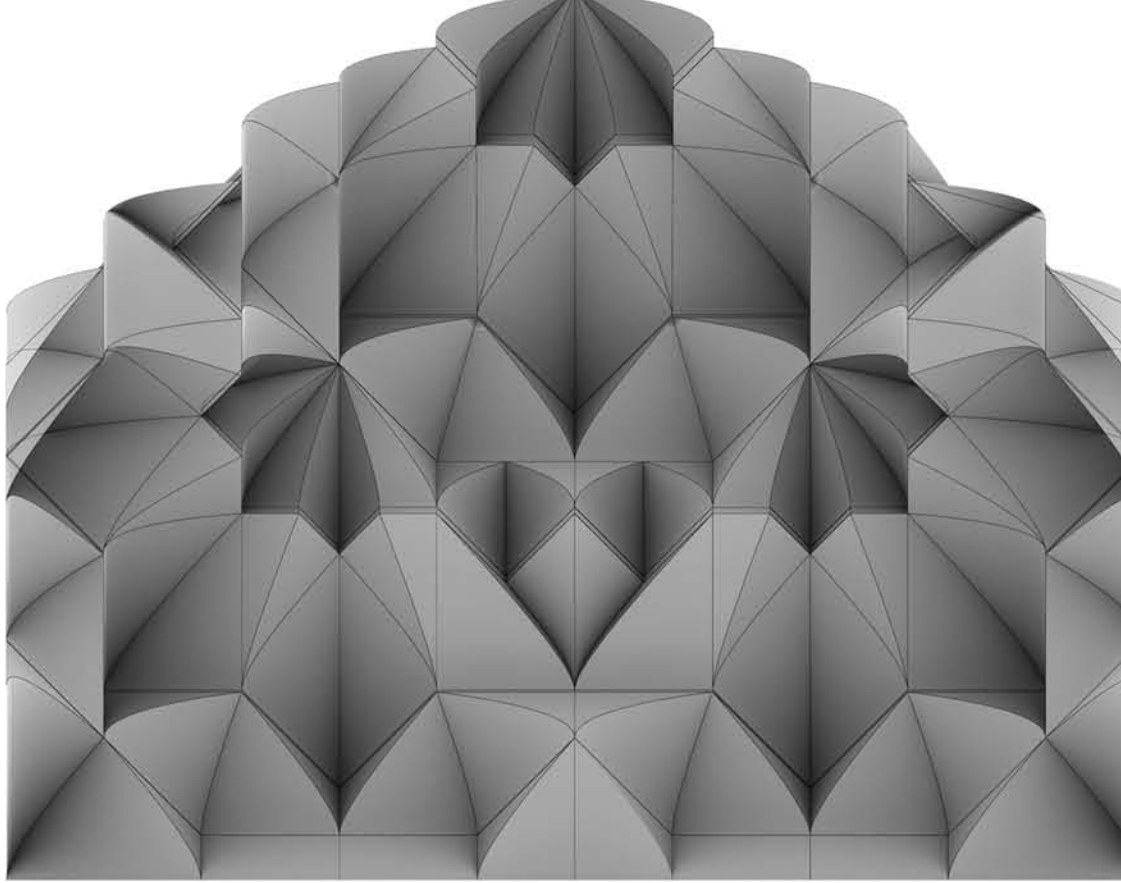
*Çifte Kümbet*



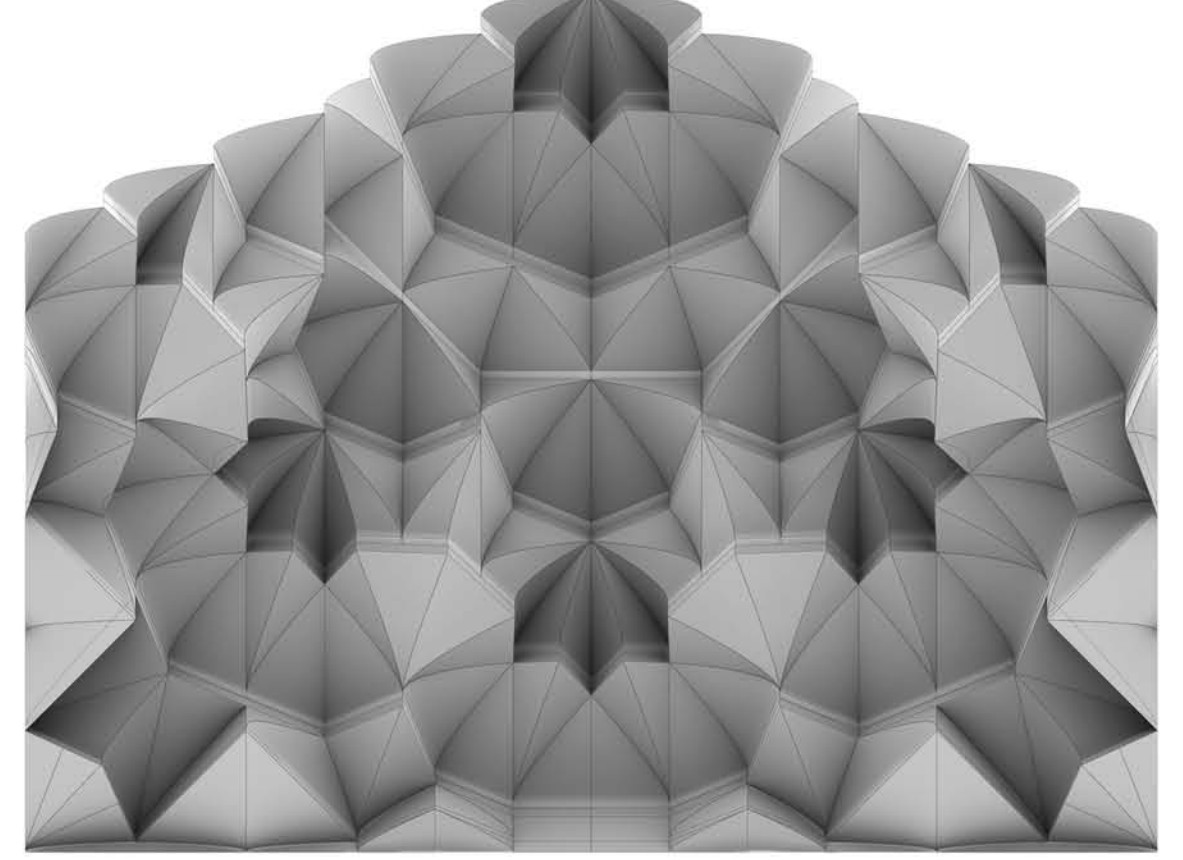
*Emir Şahap Türbesi*



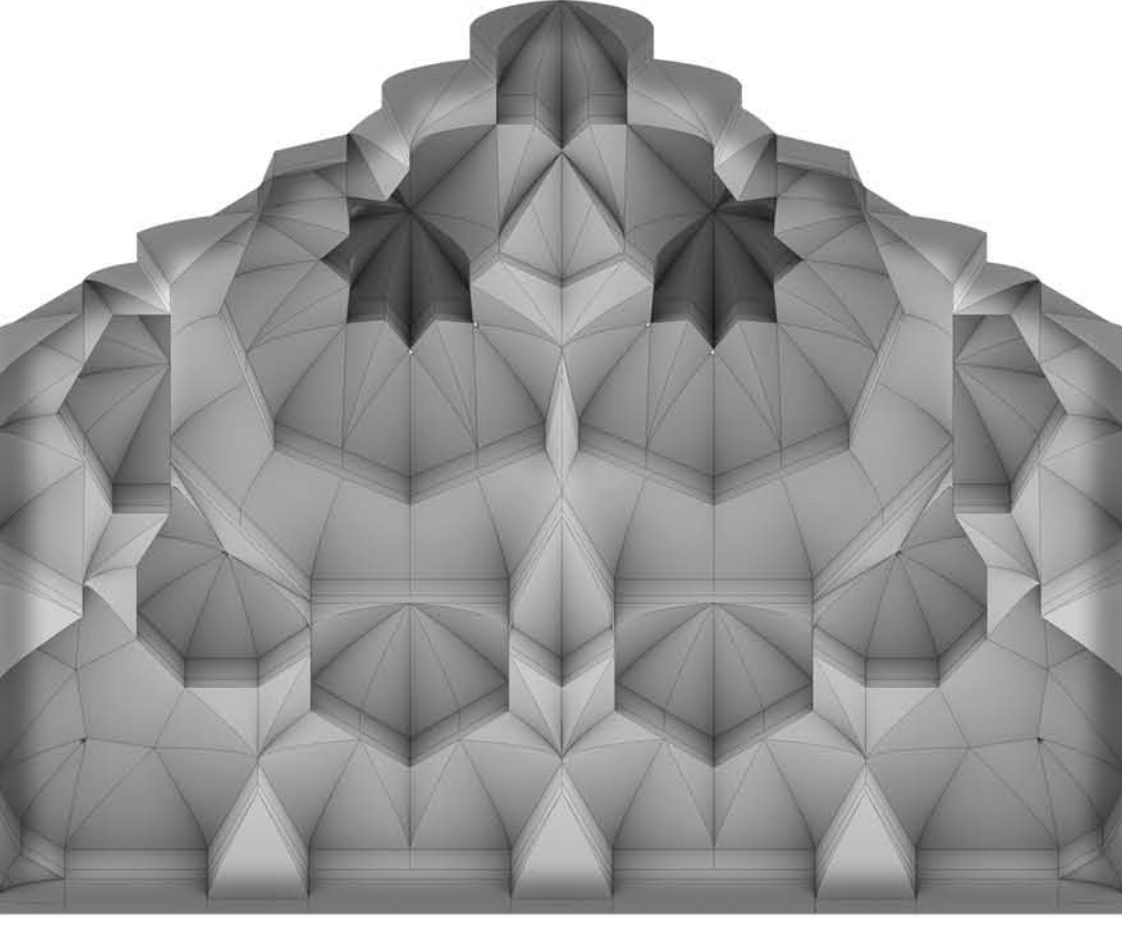
*Döner Kümbet*



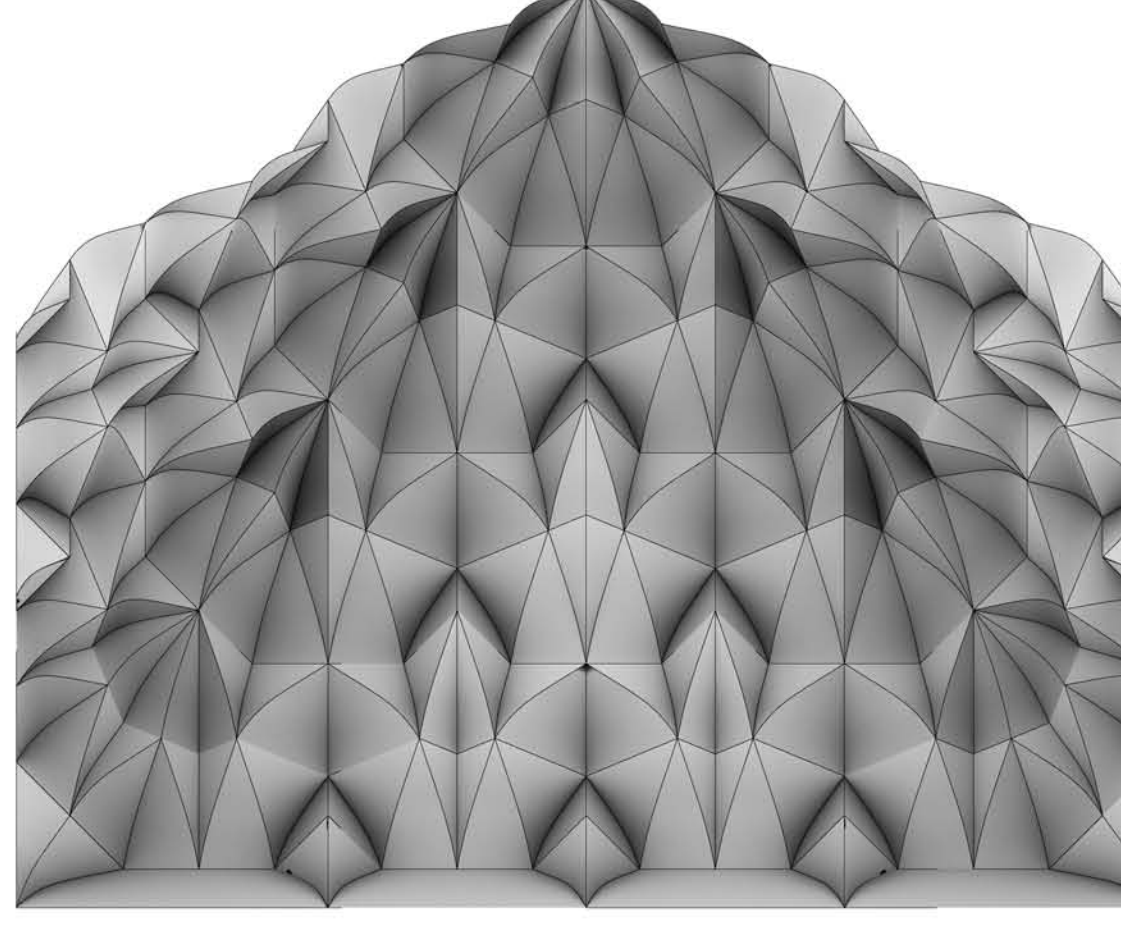
*Gevher Nesibe Şifahiyesi*



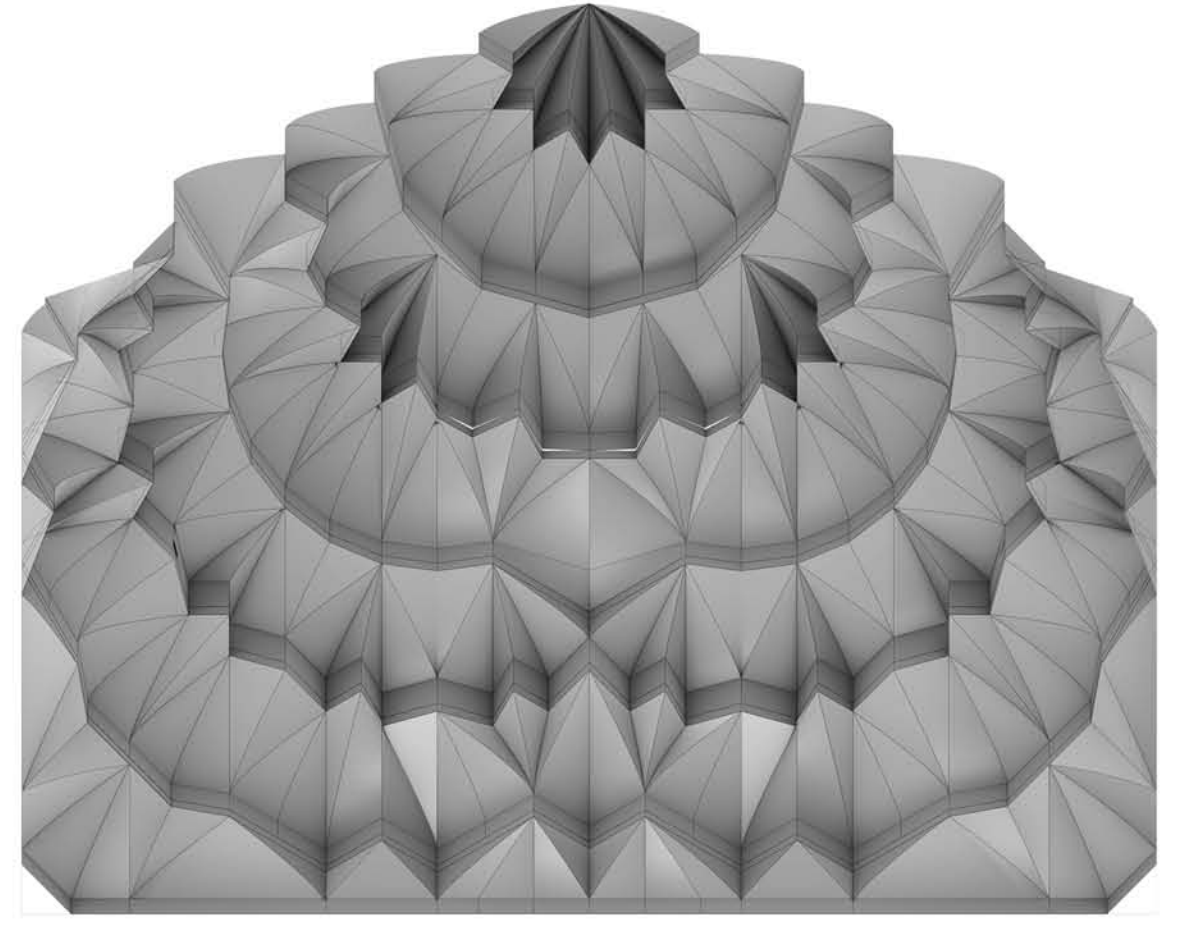
*Güllük Camii*



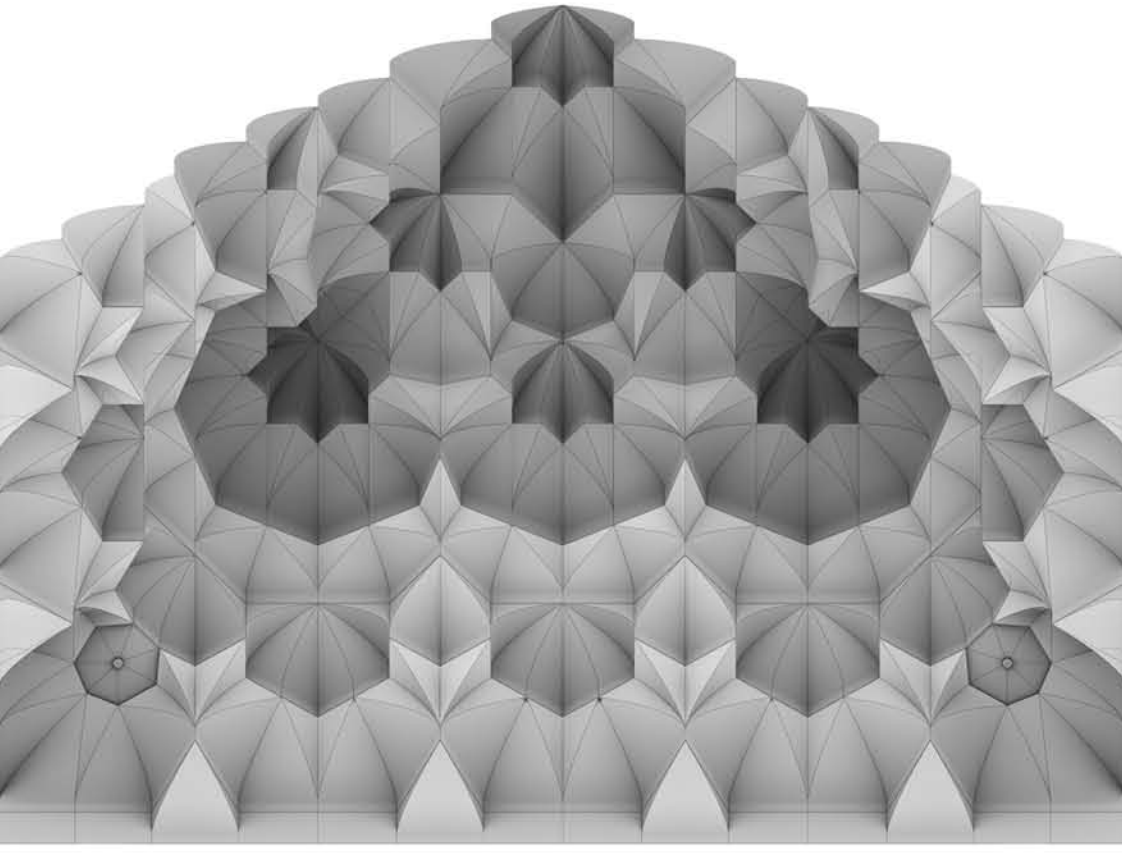
*Hacı Kılıç Camii 1*



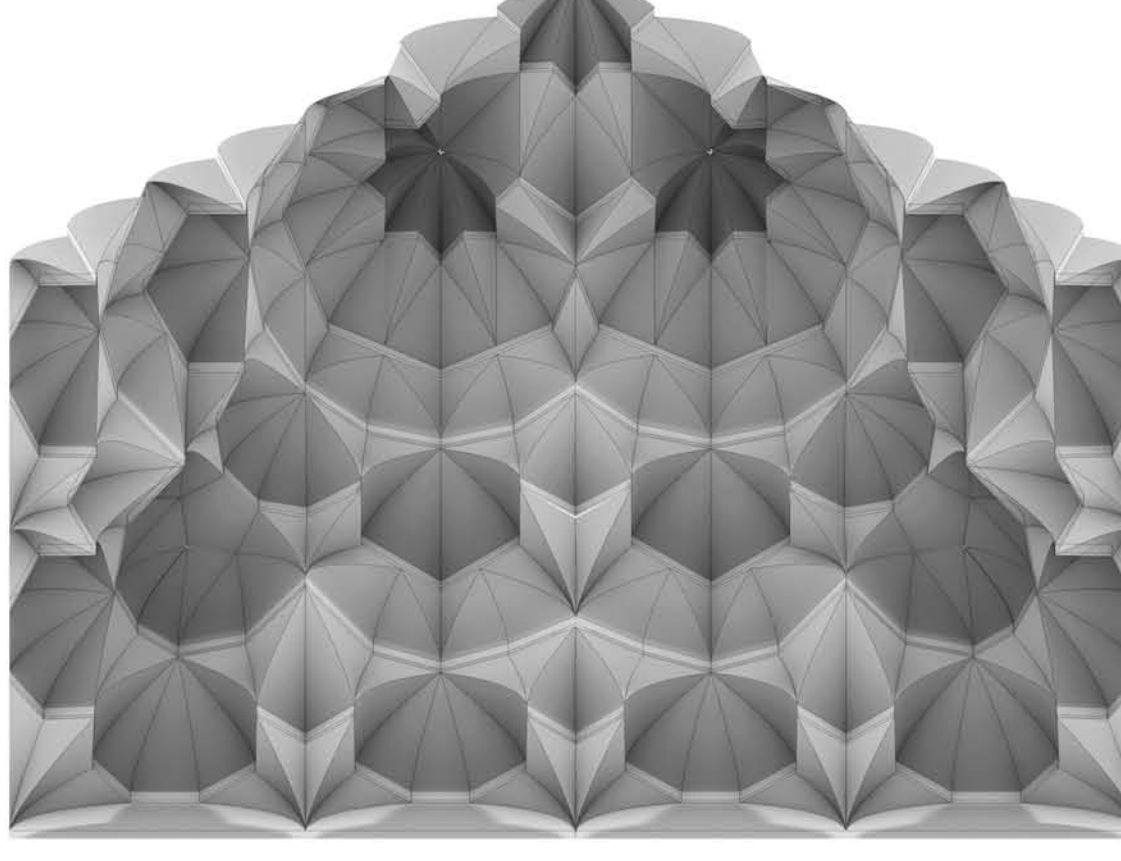
*Hacı Kılıç Camii 2*



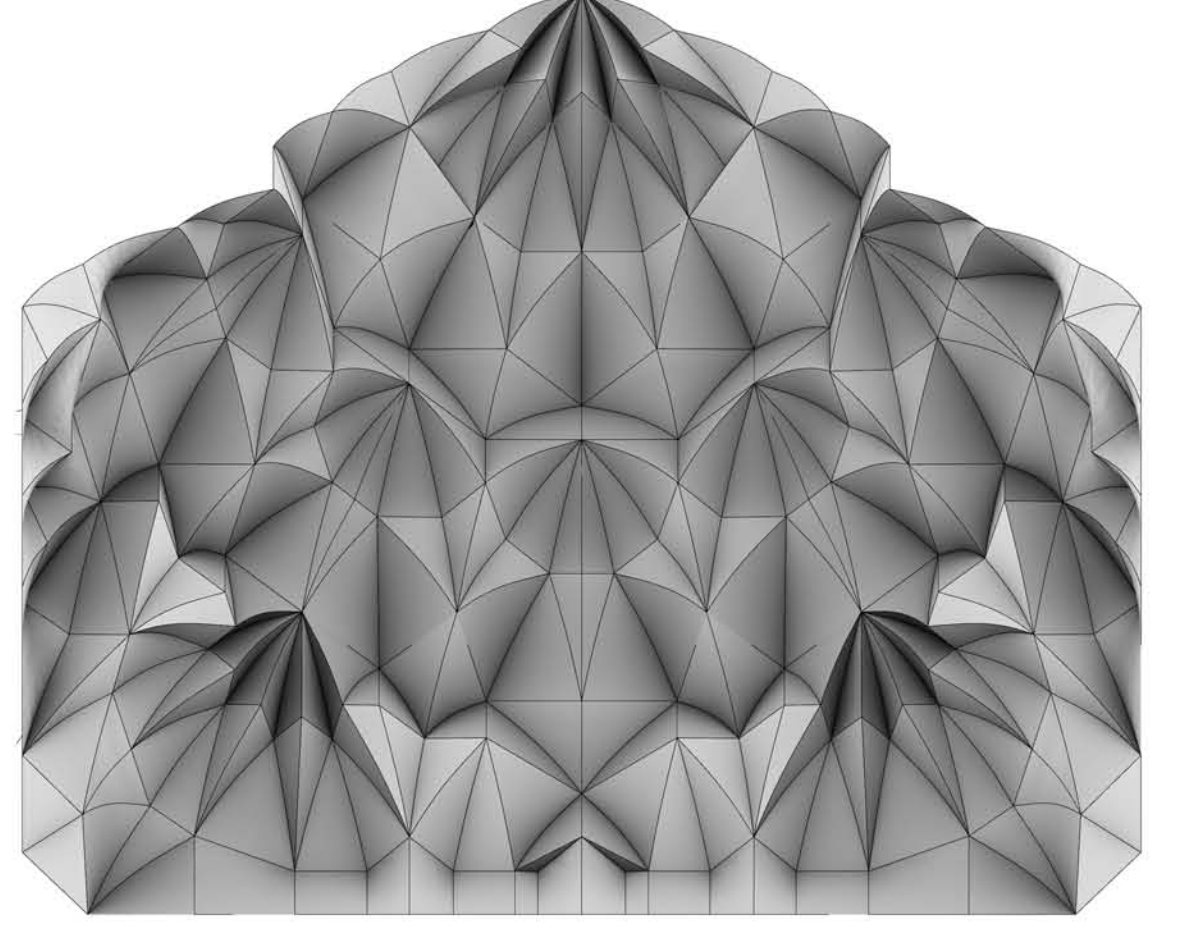
*Hunad Hatun Camii*



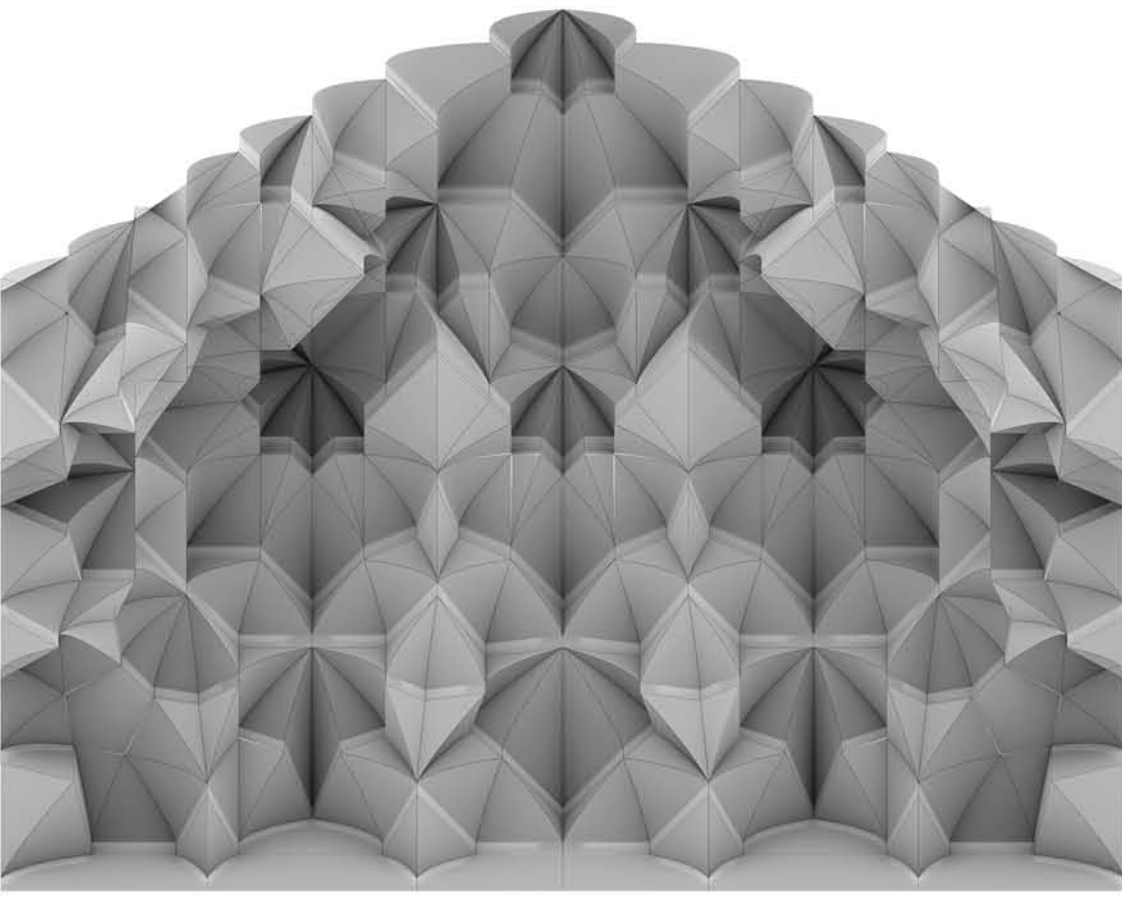
*Karatay Han*



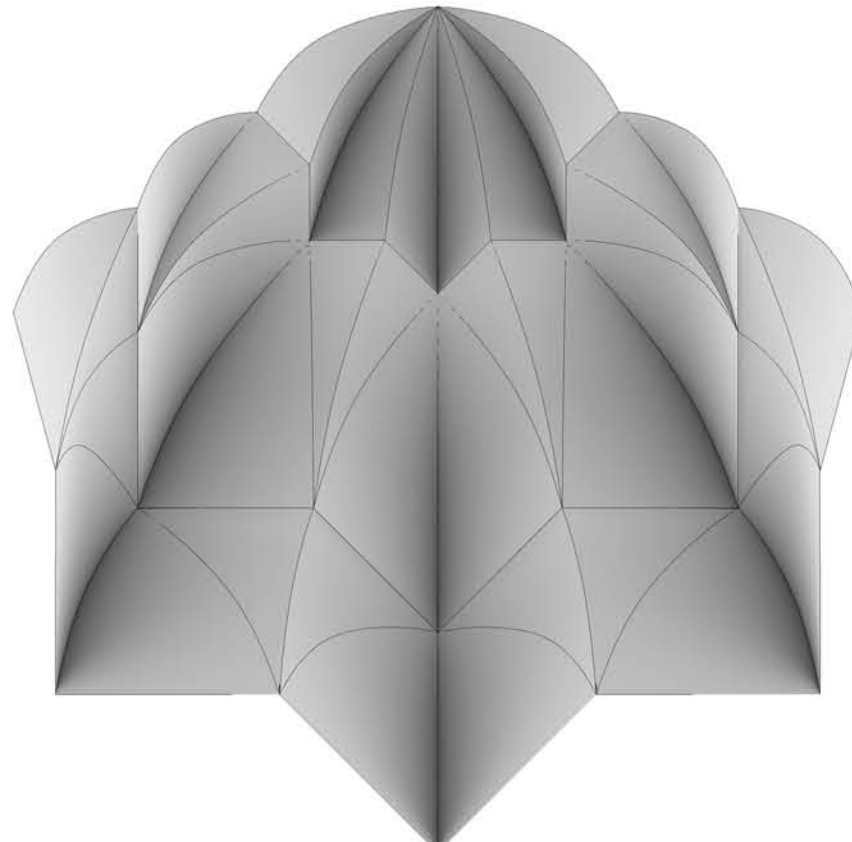
*Sahabiye Medresesi*



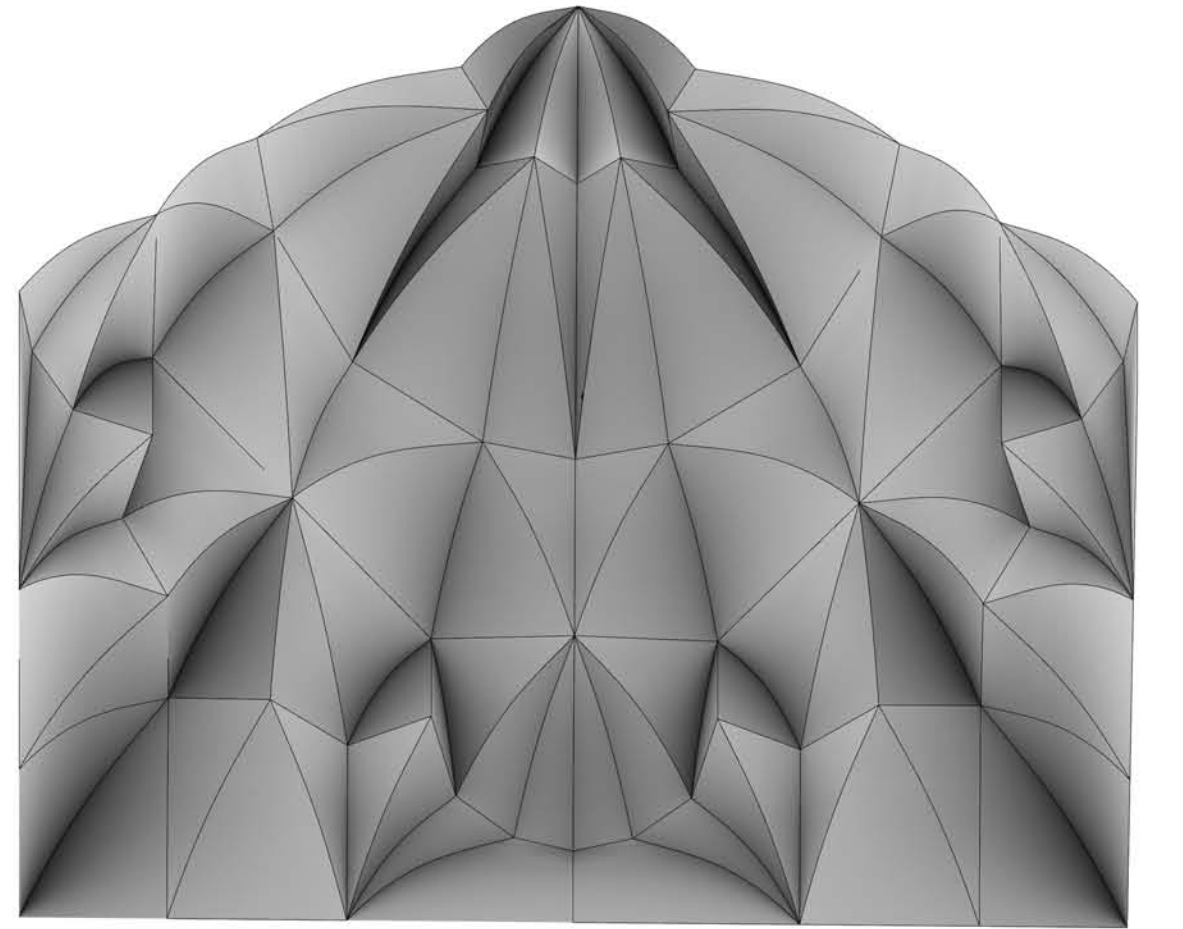
*Sultan Han 1*



*Sultan Han 2*



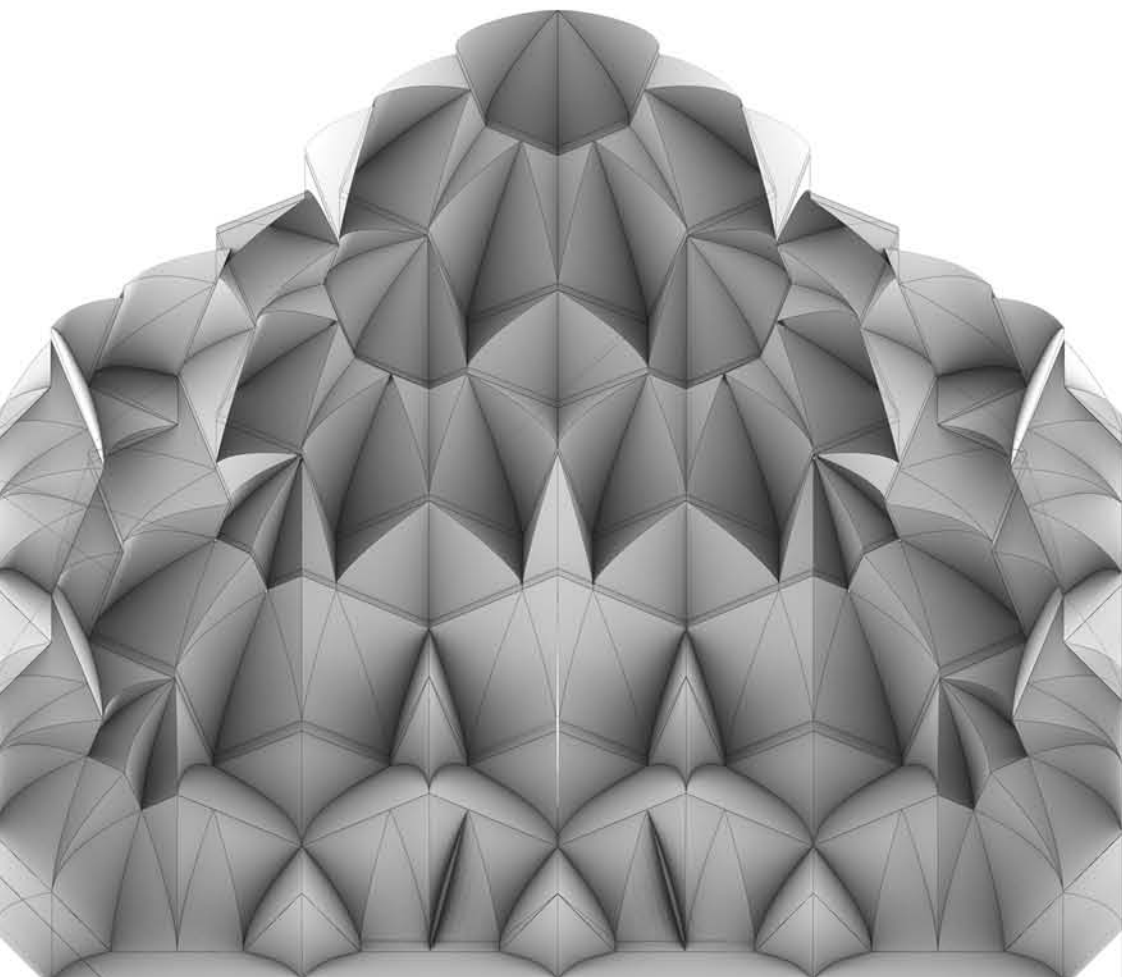
*Sultan Han 3*



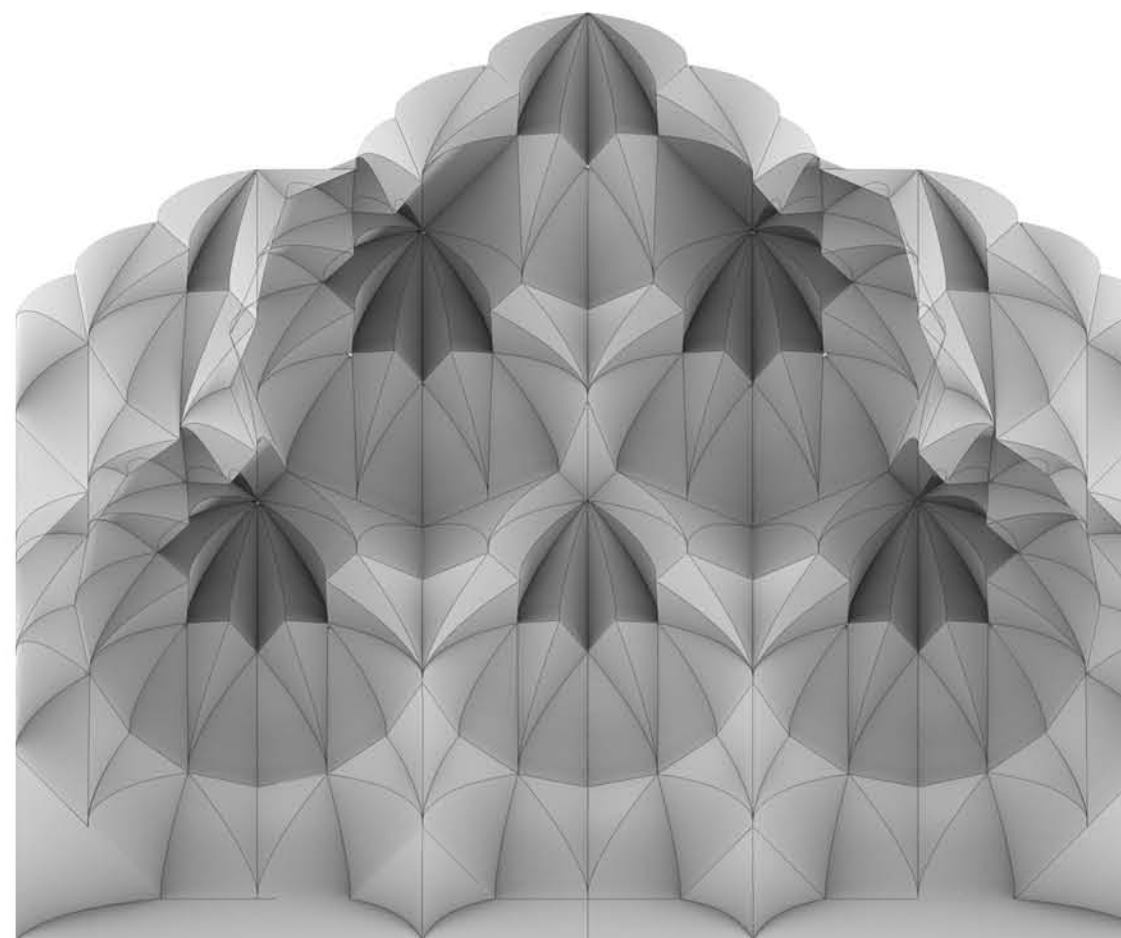
*Şah kutluğ Hatun Kümbet*

---

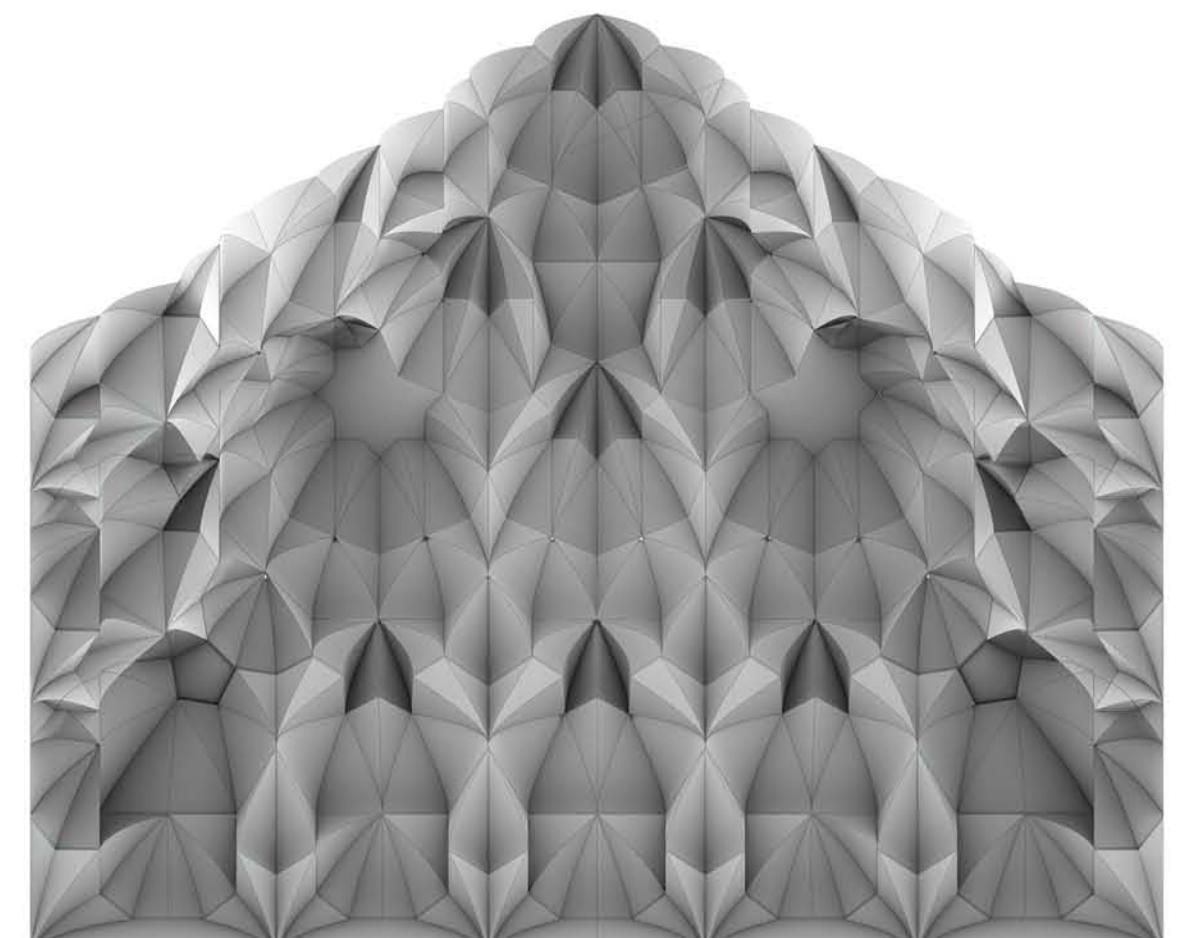
# Sivas



*Şifaiye Medresesi*

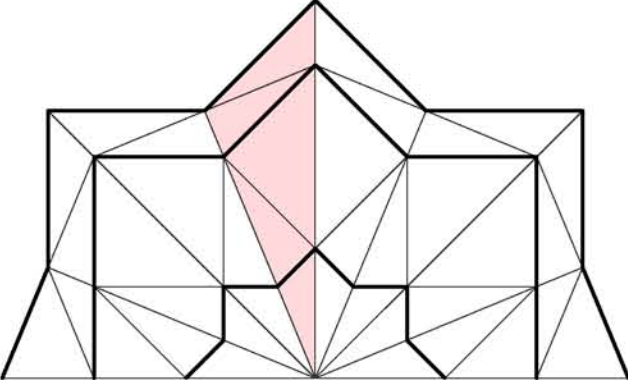
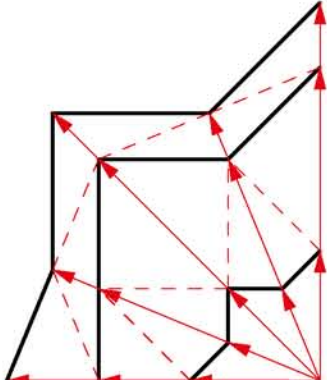
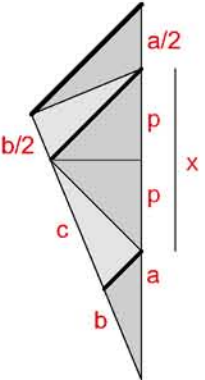
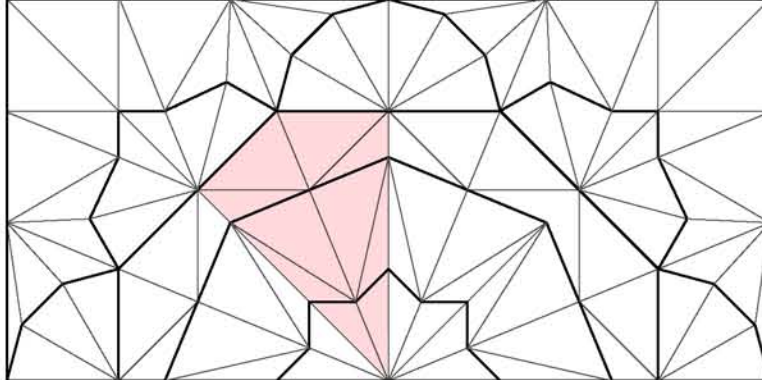
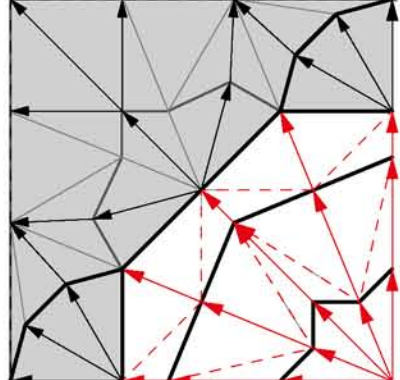
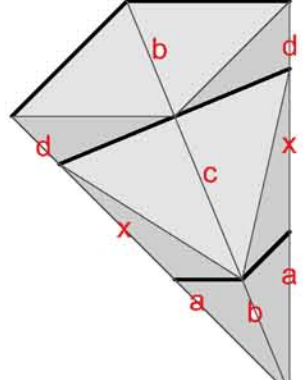
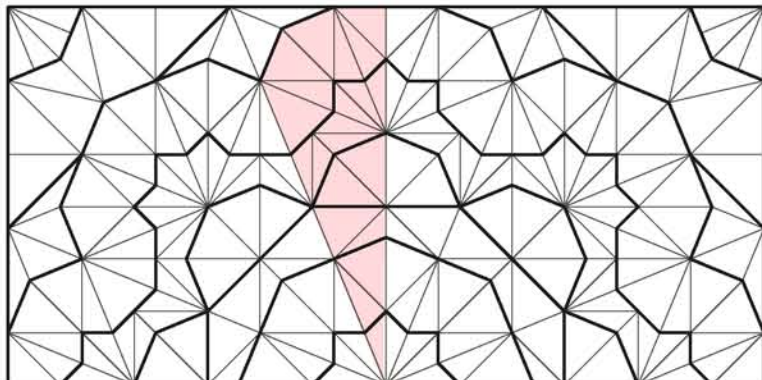
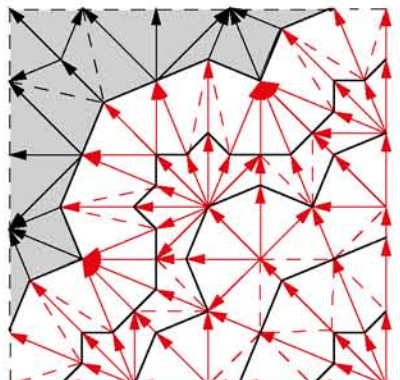
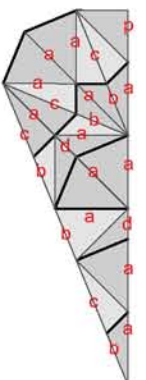
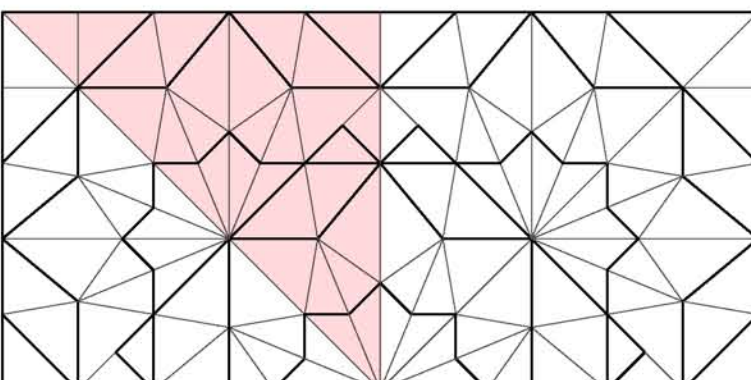
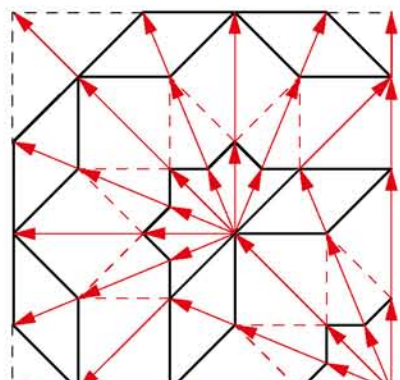
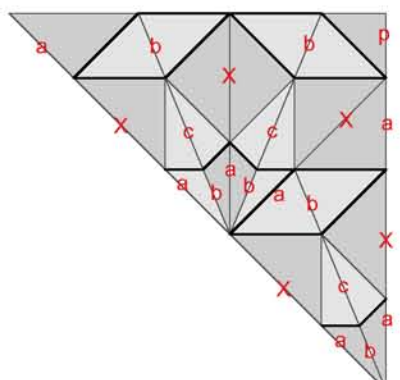
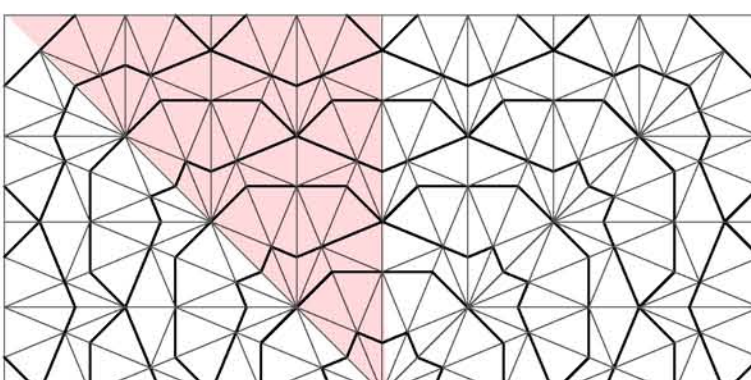
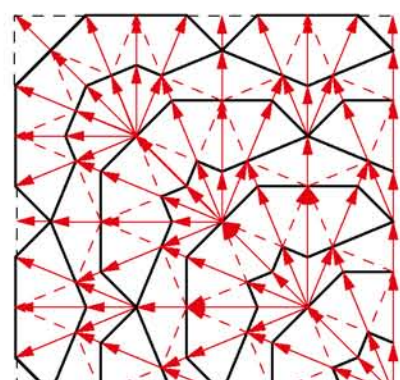
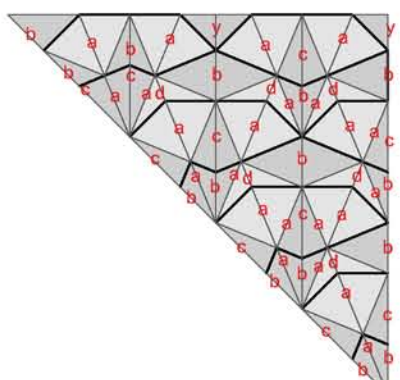


*Çifte Minareli Medrese*



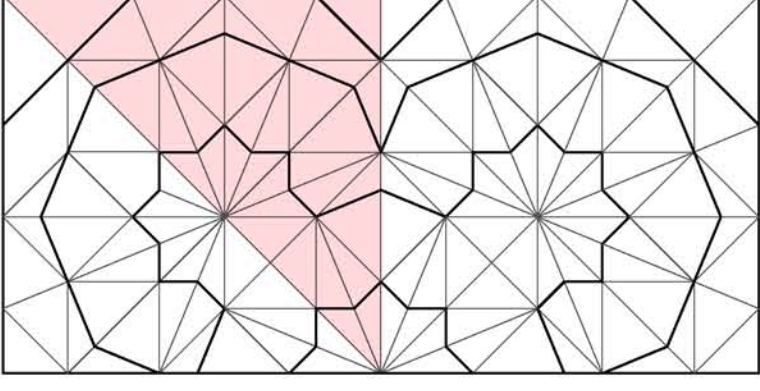
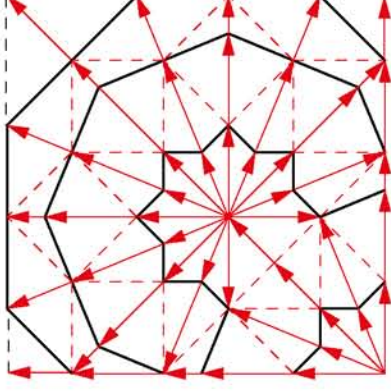
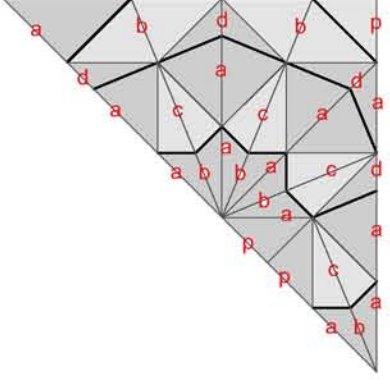
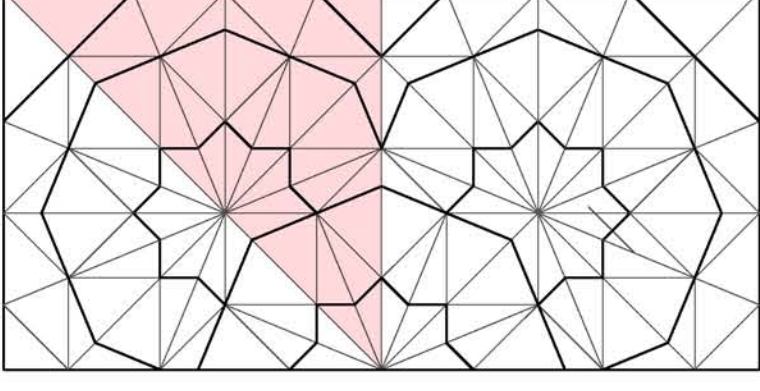
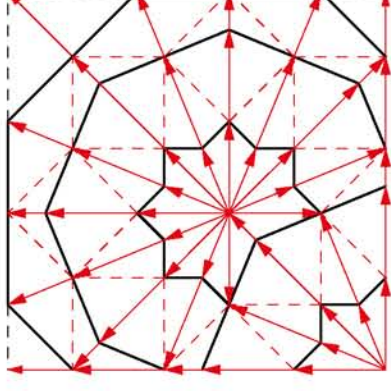
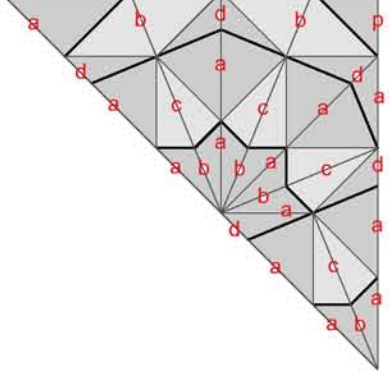
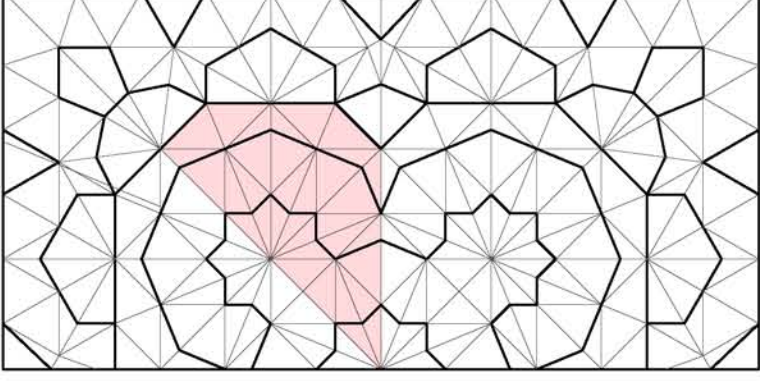
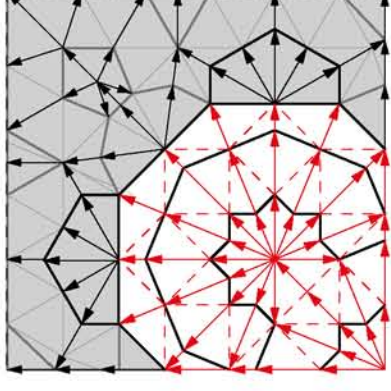
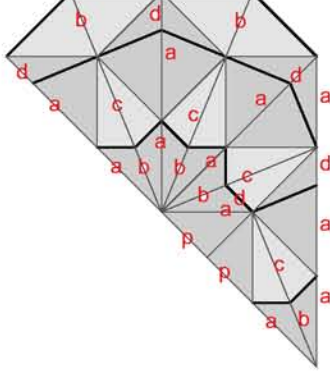
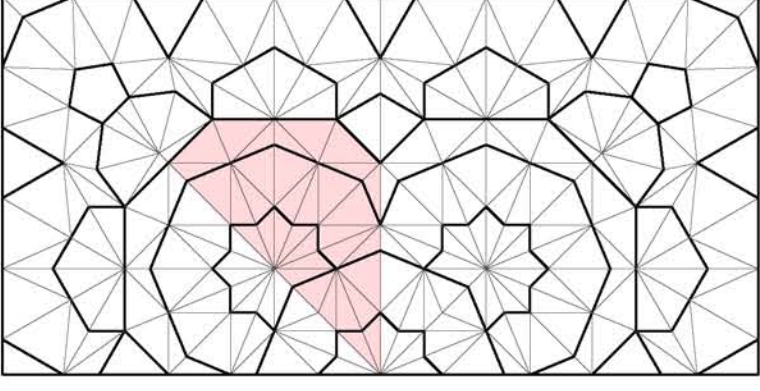
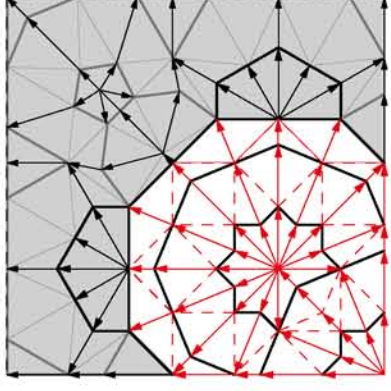
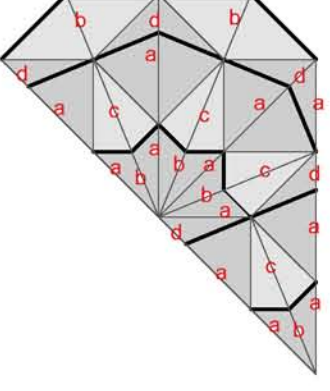
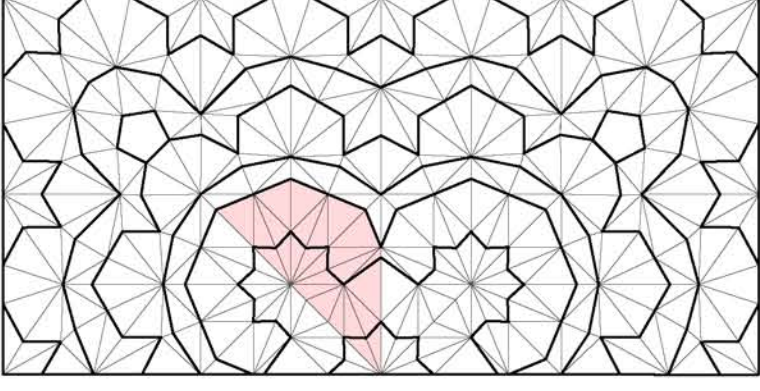
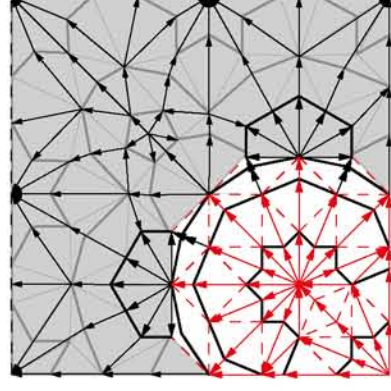
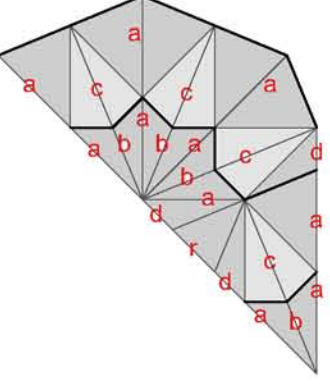
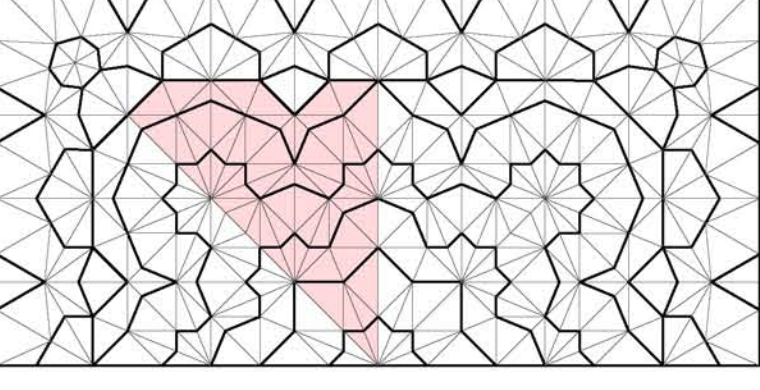
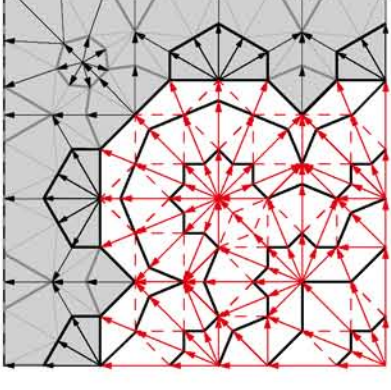
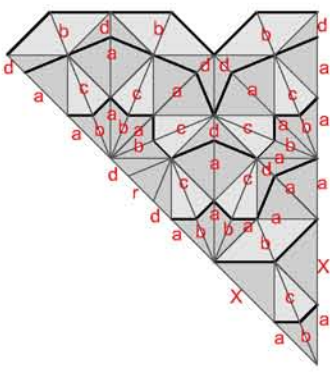
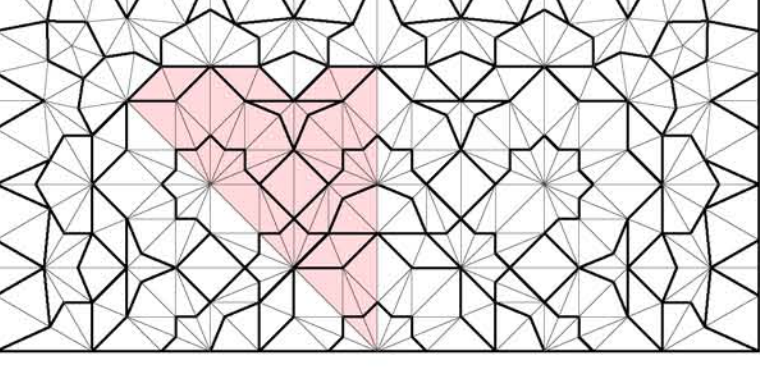
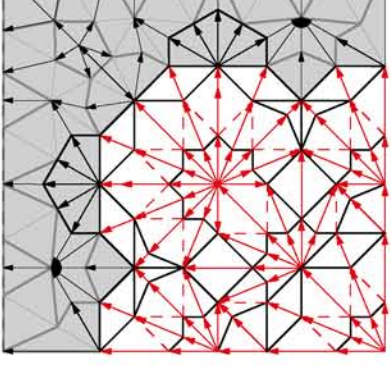
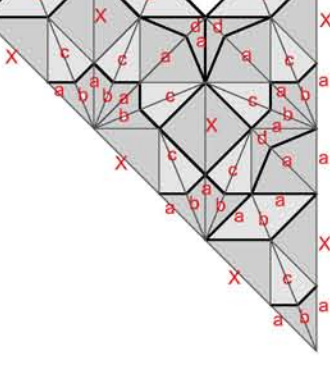
*Buruciye Medresesi*



		Plan Çizimleri katmanlar ve üçgenleme gösterimi	Simetri Analizi katmanlar arası büyüme yönü	Büyüme Birimleri
Radyal	Sultan Han ana giriş yanı			
	Şah Kutluğ Kümbet			
	Güllük Cami			
Diyagonal	Gevher Nesibe Şifaiyesi			
	Hacı Kılıç Cami Girişi			



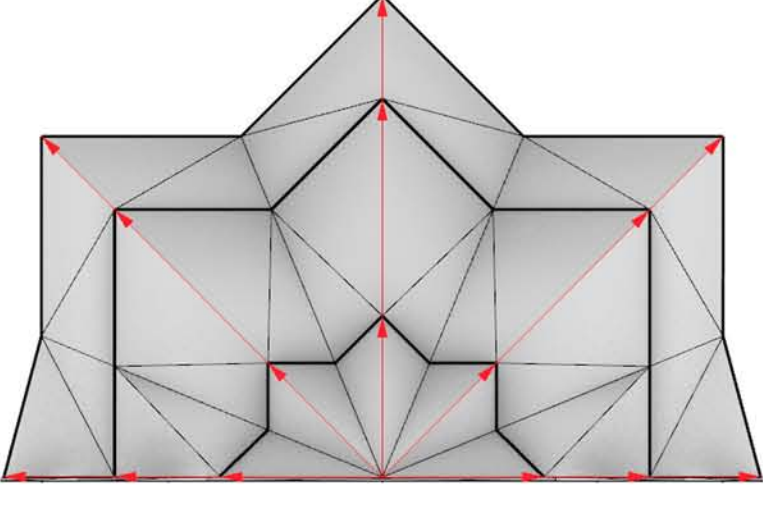
# Diyagonal Akşa Göre Sekizgen

		Plan Çizimleri katmanlar ve üçgenleme gösterimi	Simetri Analizi katmanlar arası büyüme yönü	Büyüme Birimleri
Alaca Kümbet				
Döner Kümbet				
Çifte Kümbet				
Haci Kılıç medrese girişi				
Sahabiye medresesi				
Karatay Han				
Sultan Han ana giriş				

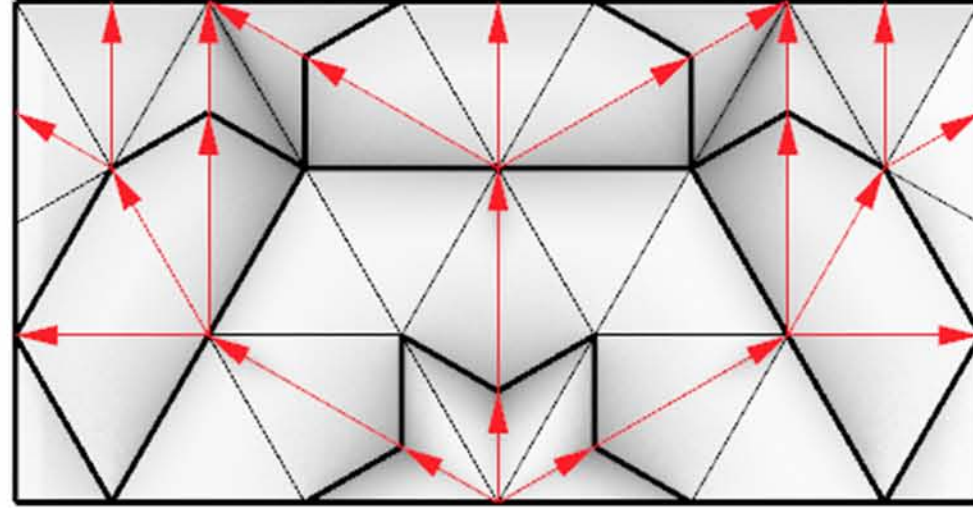


# Simetri Diagram Analizleri

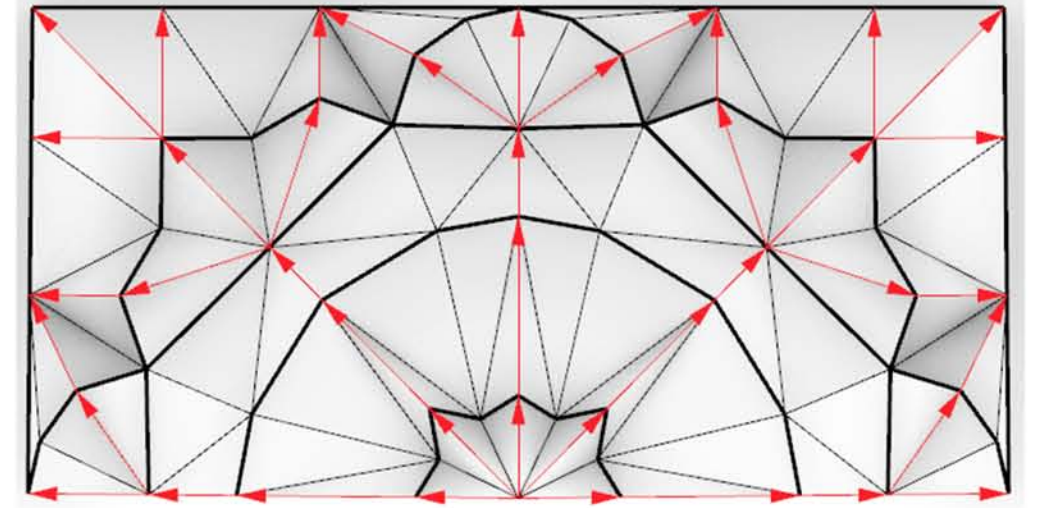
## Radyal Simetrik



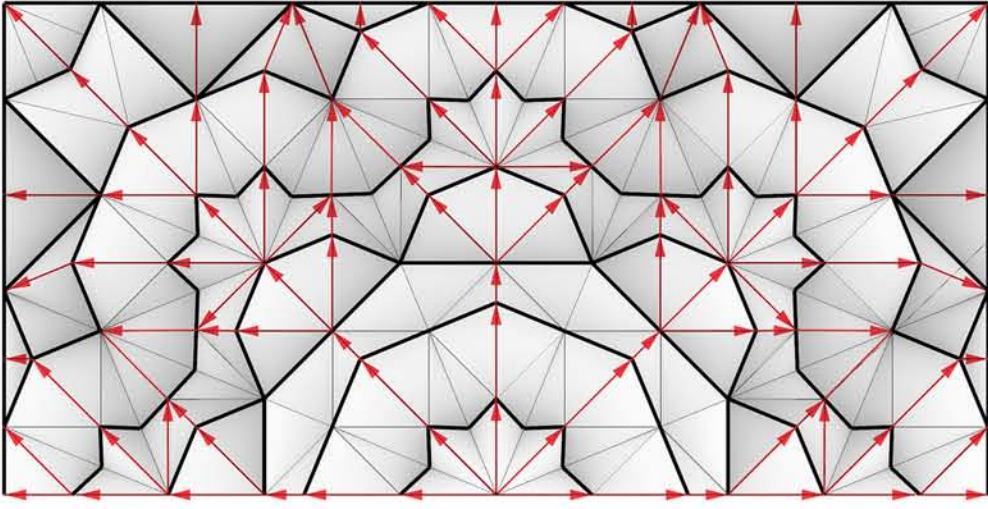
*Kayseri  
Sultan Han 3*



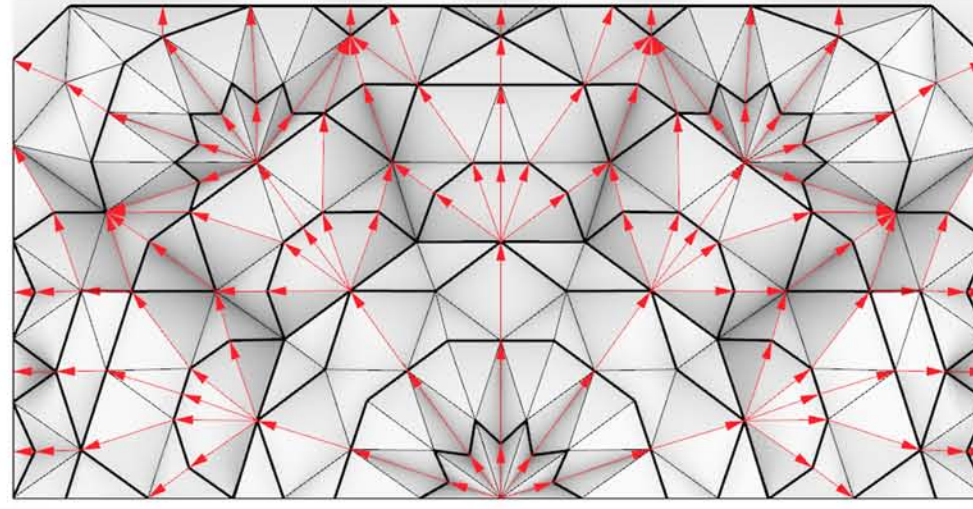
*Kayseri  
Emir Şahap Türbesi*



*Kayseri  
Şah Kutluğ Kümbeti*

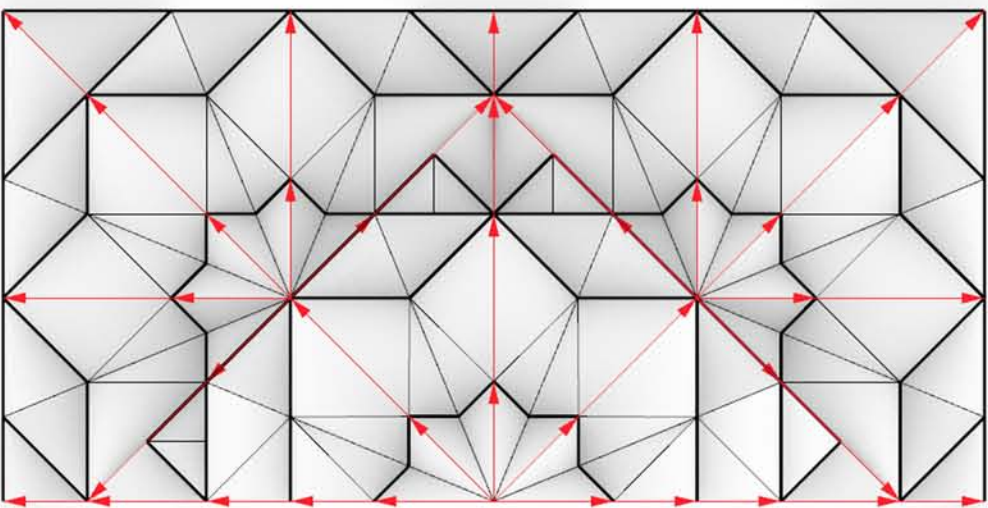


*Kayseri  
Güllük Camii*

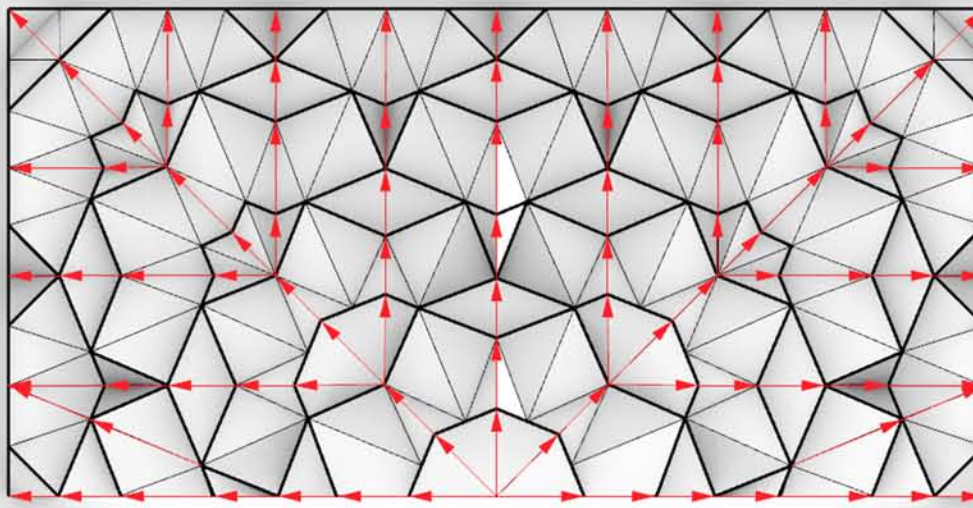


*Kayseri  
Sultan Han 1*

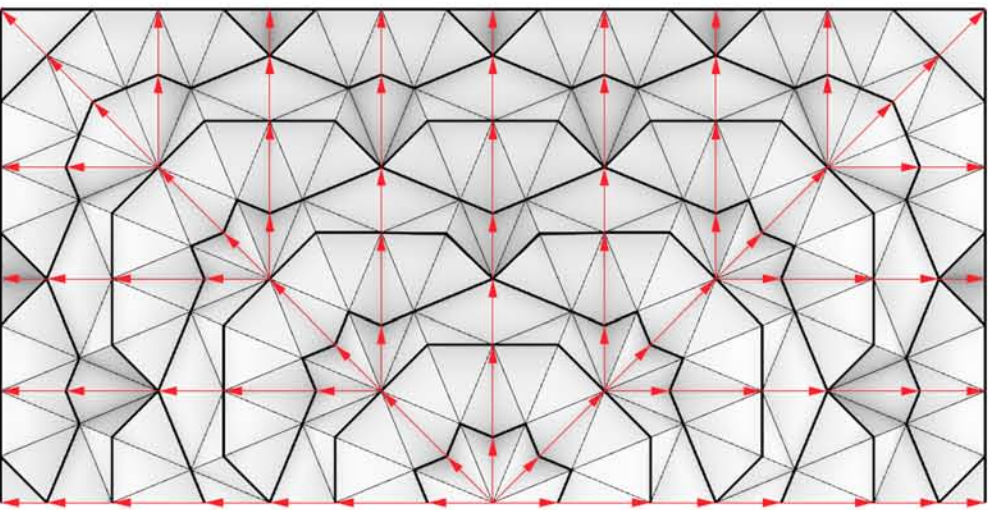
## Diyagonal Aksa Göre Simetrik



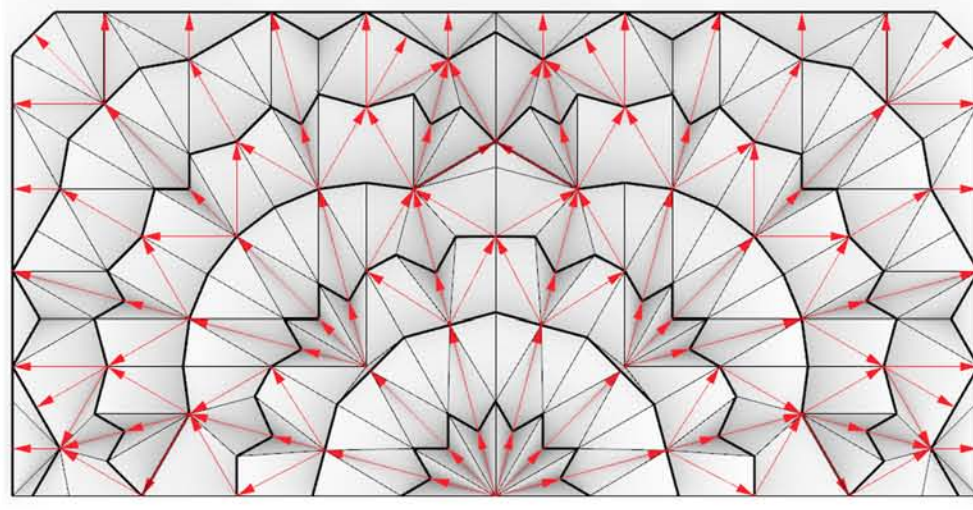
*Kayseri  
Gevher Nesibe Hastanesi*



*Sivas  
Sifaiye Medresesi*

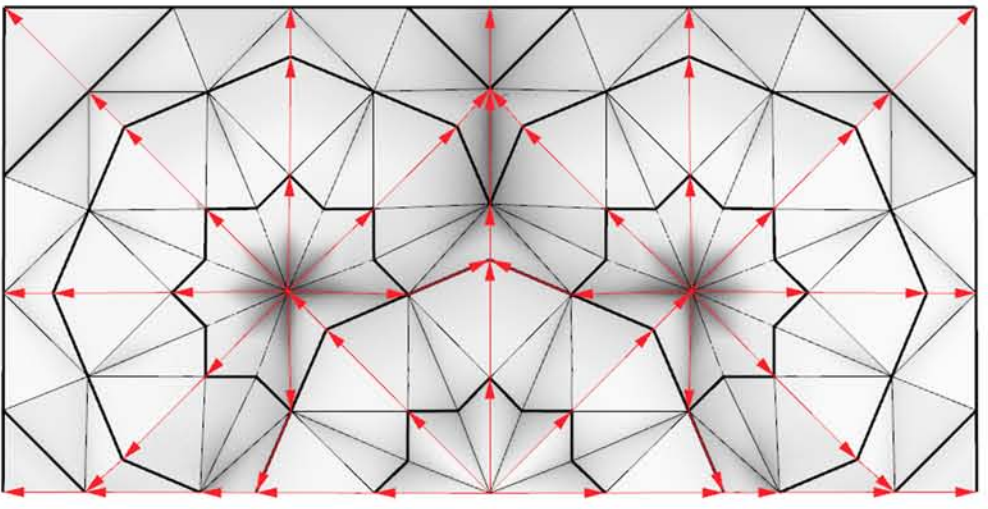


*Kayseri  
Hacı Kılıç Camii 2*

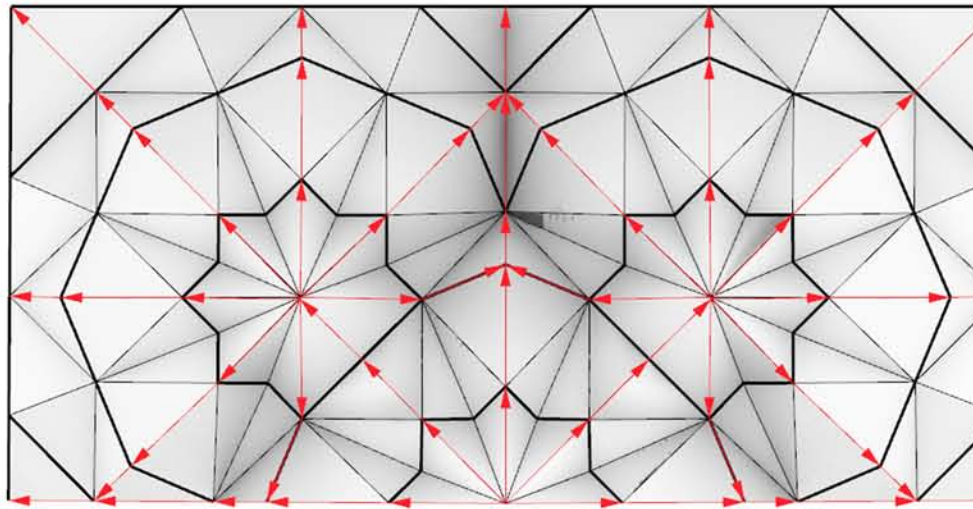


*Kayseri  
Hunad Hatun Külliyesi 1*

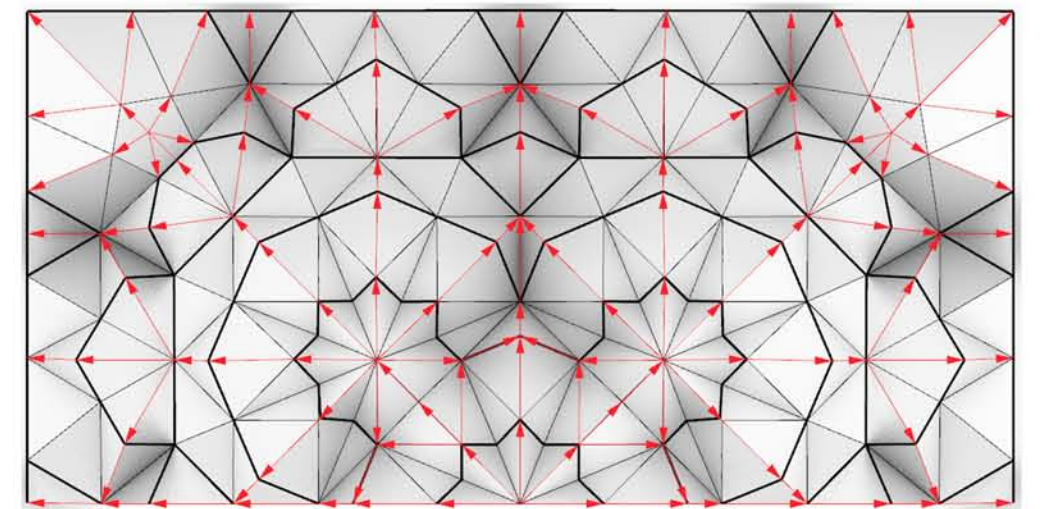
## Diyagonal Aks Üzerinde 8gen Simetrik



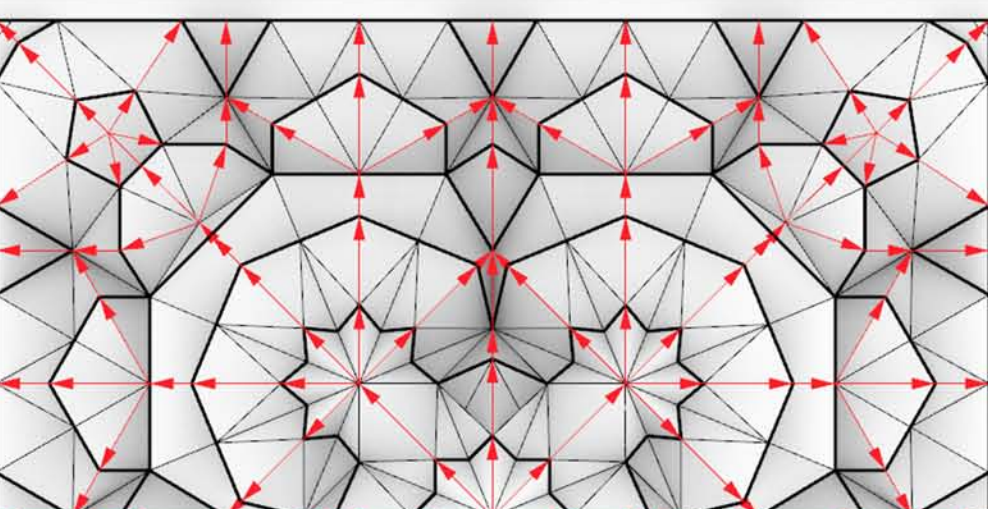
*Kayseri  
Döner Kümbet*



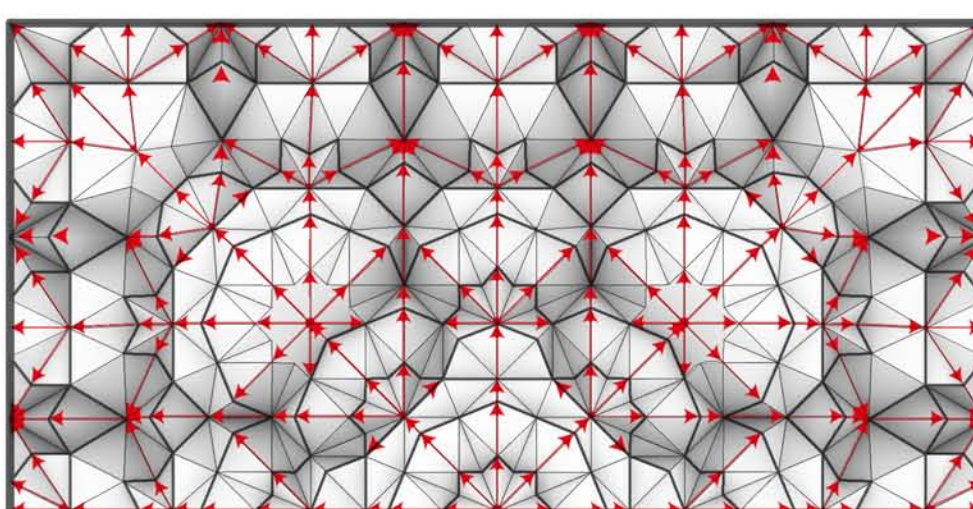
*Kayseri  
Alaca Kümbet*



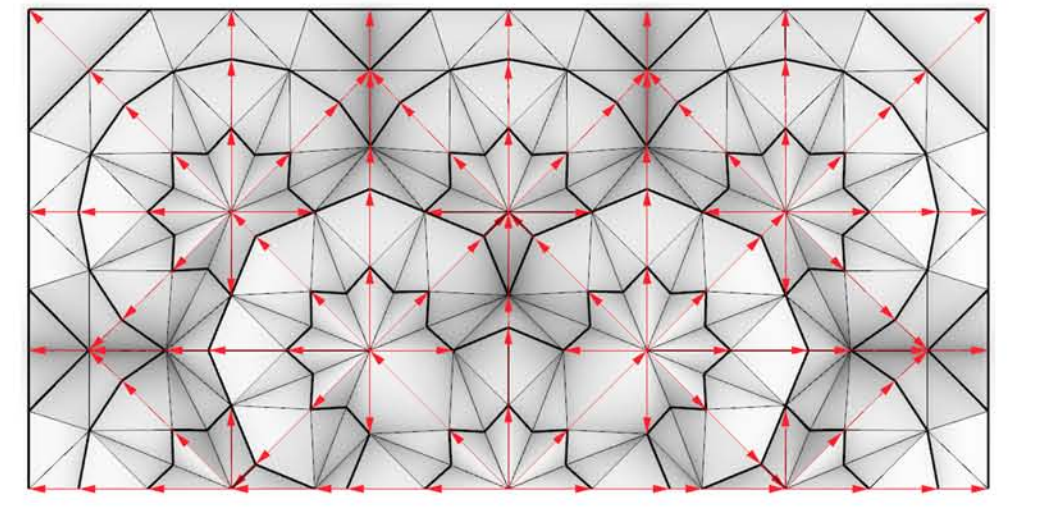
*Kayseri  
Çifte Kümbet*



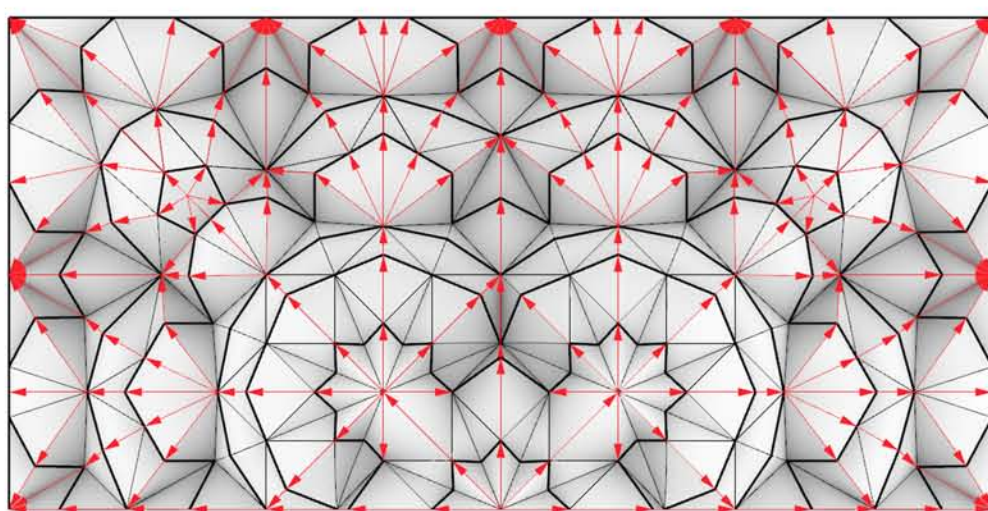
*Kayseri  
Hacı Kılıç Camii 1*



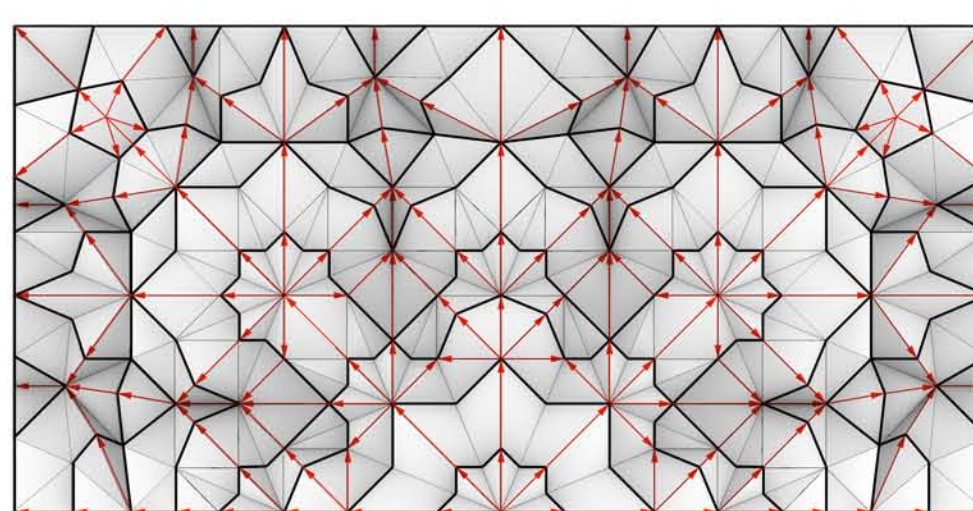
*Sivas  
Buruciye Medresesi*



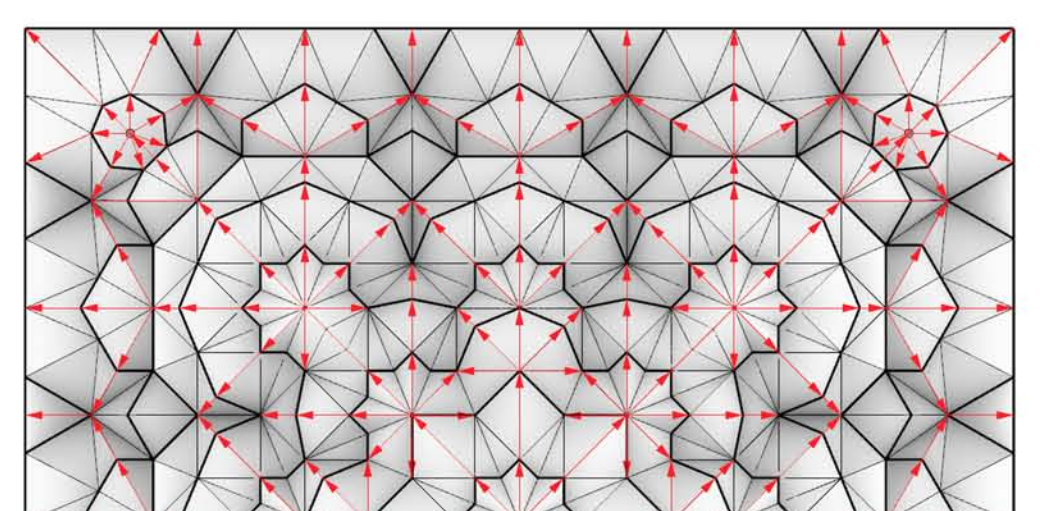
*Sivas  
Çifte Minareli Medrese*



*Kayseri  
Sahabiye Medresesi*



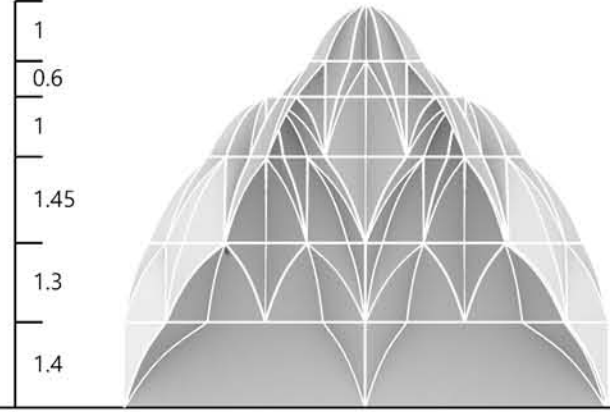
*Kayseri  
Sultan Han 2*



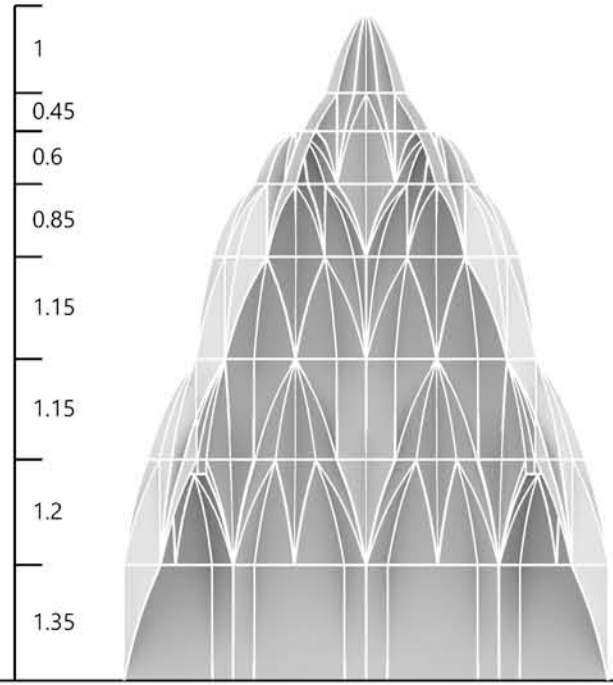
*Kayseri  
Karatay Han*



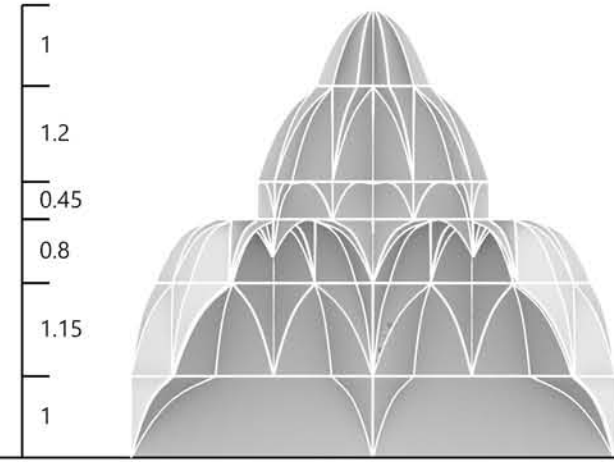
**Kayseri Alaca Kümbet Mukarnası**



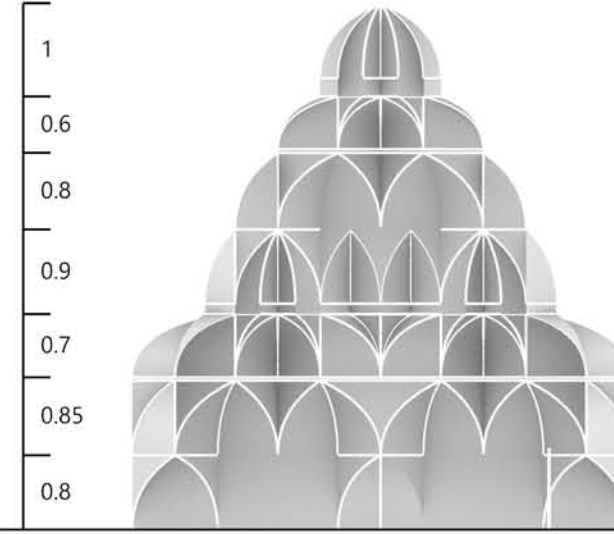
**Kayseri Çifte Kümbet Mukarnası**



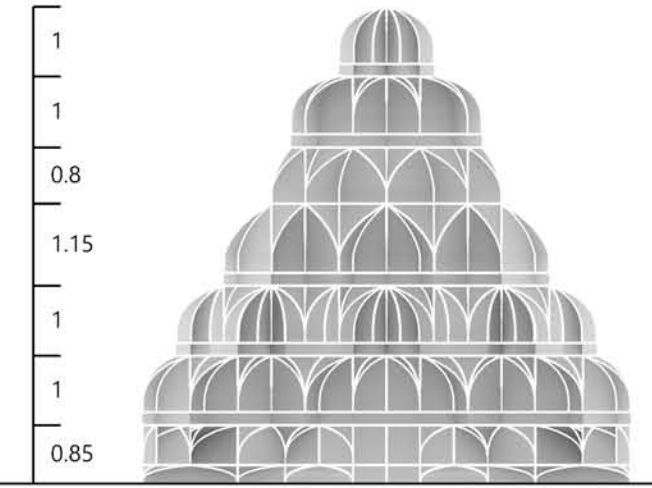
**Kayseri Döner Kümbet Mukarnası**



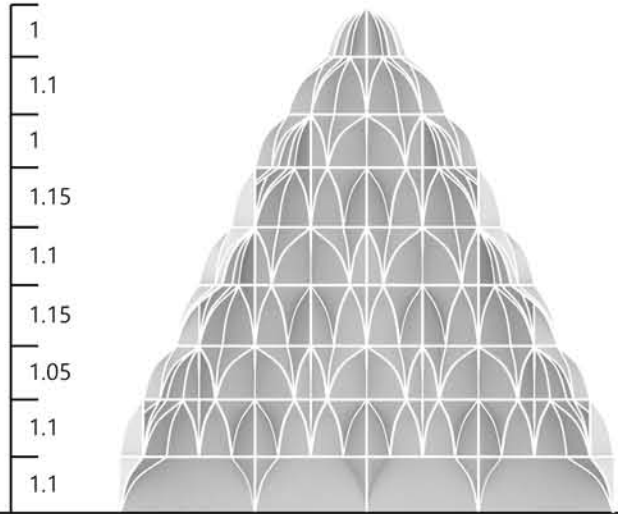
**Kayseri Gevher Nesibe Şifaiye Mukarnası**



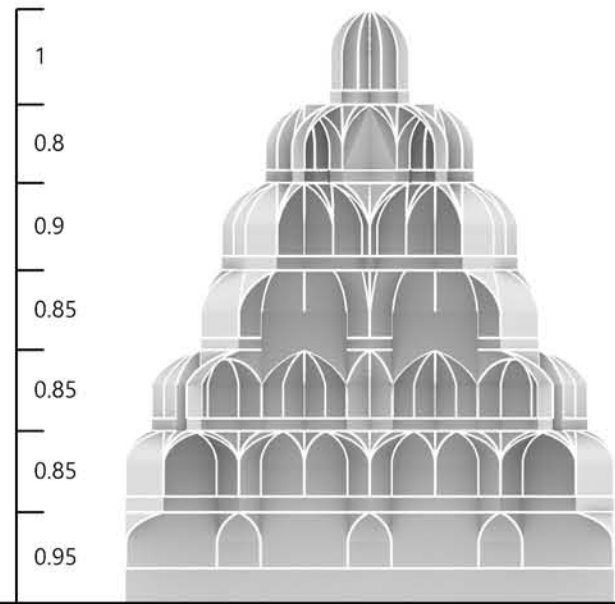
**Kayseri Güllük Cami Mukarnası**



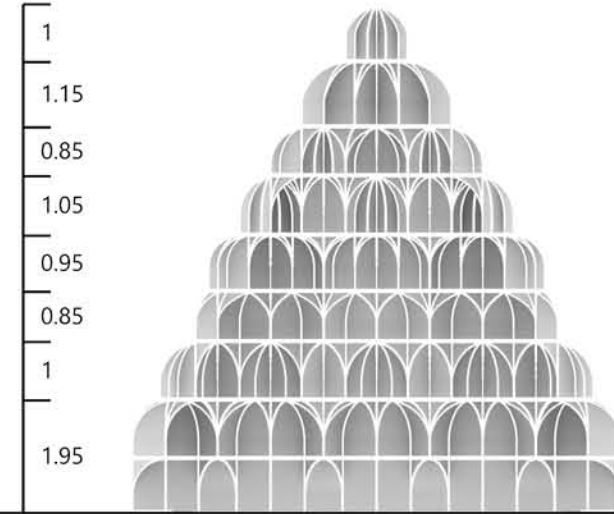
**Kayseri Hacı Kılıç Cami Mukarnası**



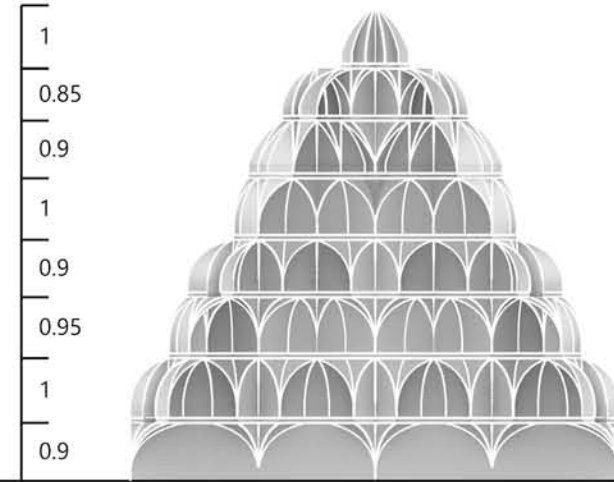
**Kayseri Hacı Kılıç Medrese Mukarnası**



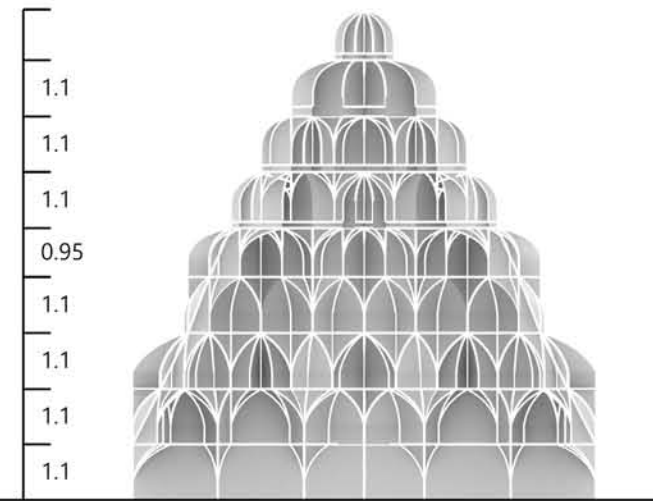
**Kayseri Karatay Han Mukarnası**



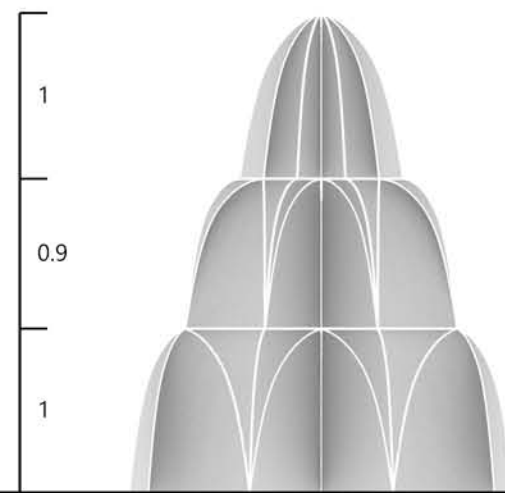
**Kayseri Sahabiye Medrese Mukarnası**



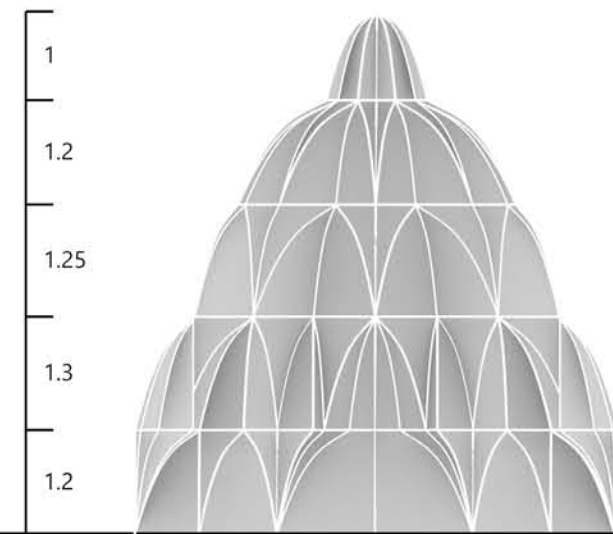
**Kayseri Sultan Han İkinci Kapı Mukarnası**



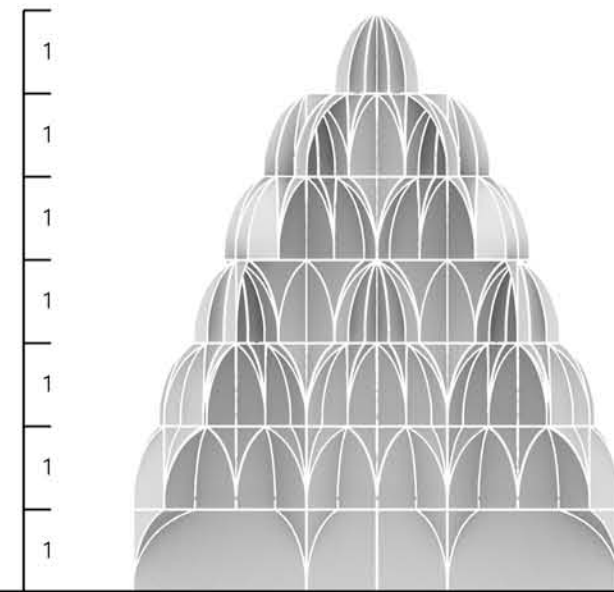
**Kayseri Sultan Han  
Ana Giriş Kapısı Yan Mukarnası**



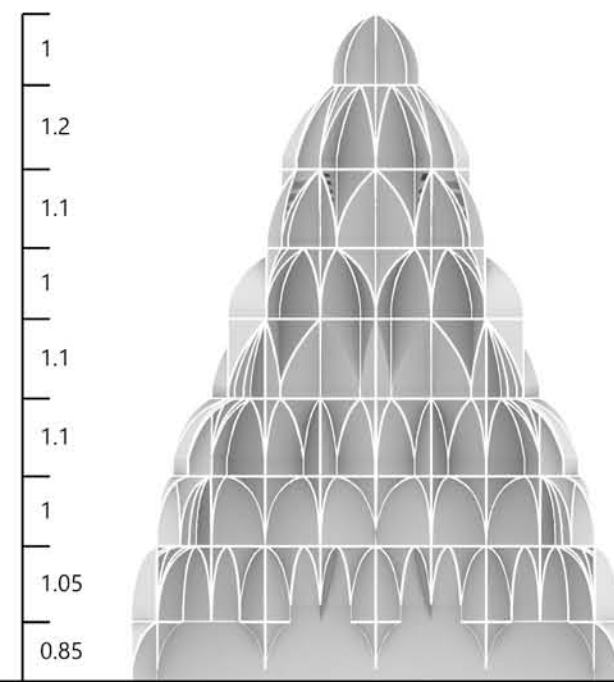
**Kayseri Şah Kutluğ Kümbet Mukarnası**



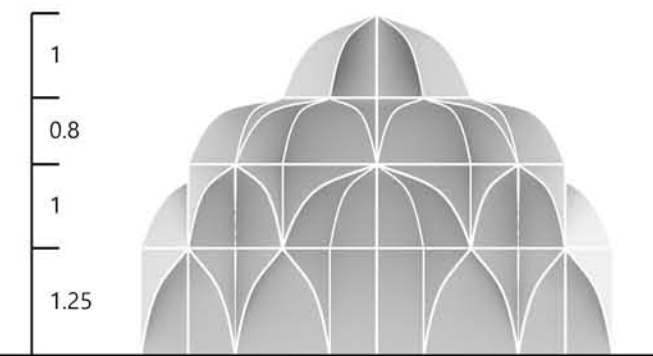
**Sivas Çifte Minerali Medrese Mukarnası**



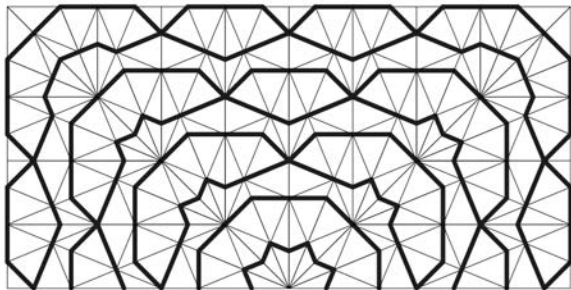
**Sivas Şifaiye Medrese Mukarnası**



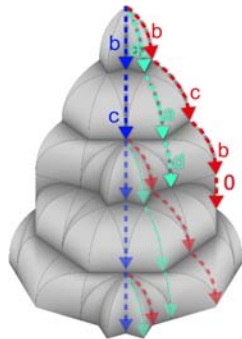
**Kayseri Emir Şahap Türbe Mukarnası**



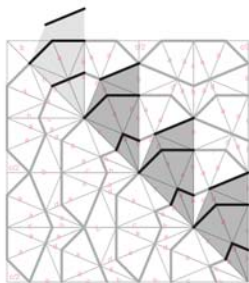
## Hacı Kılıç Mosque (Kayseri)



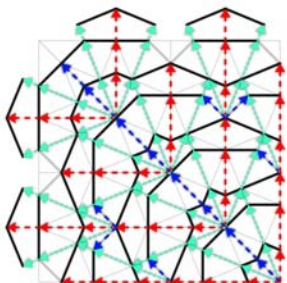
mukarnas planı



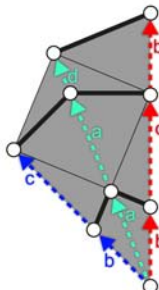
aksonometrik diyagram



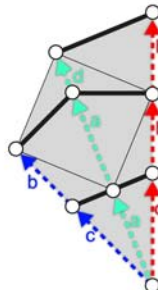
oranlar ve örüntü



simetri ve büyüme

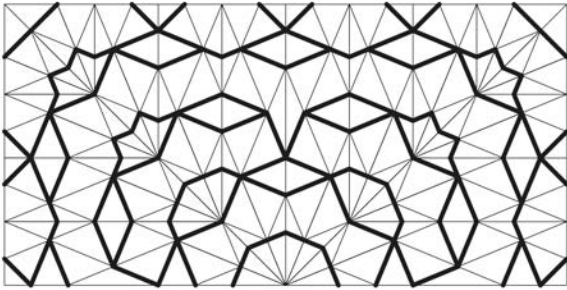


büyüme kural 1

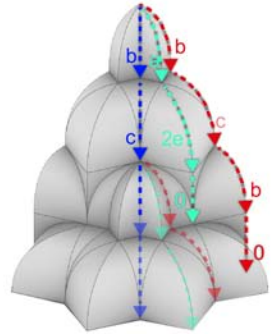


büyüme kural 2

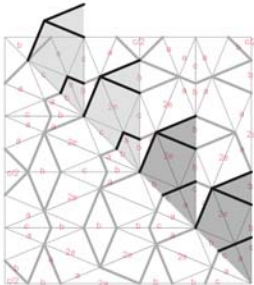
## Şifaiye Medresesi (Sivas)



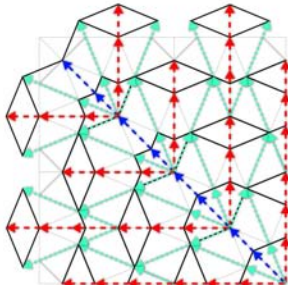
mukarnas planı



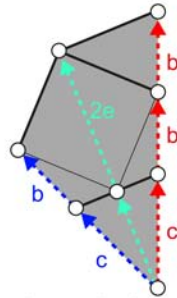
aksonometrik diyagram



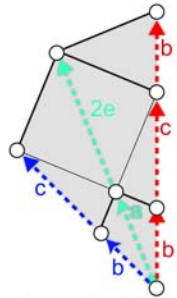
oranlar ve örüntü



simetri ve büyüme

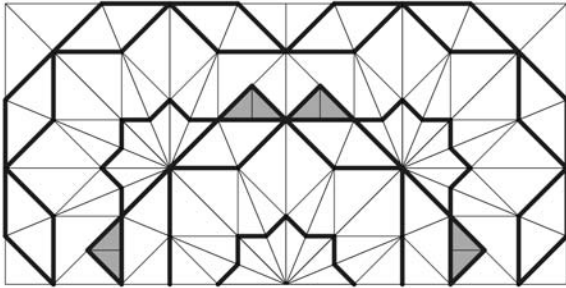


büyüme kural 1

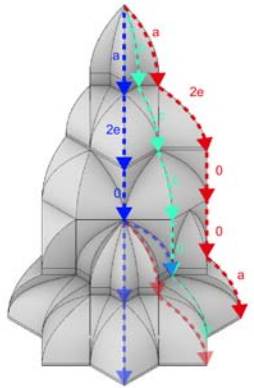


büyüme kural 2

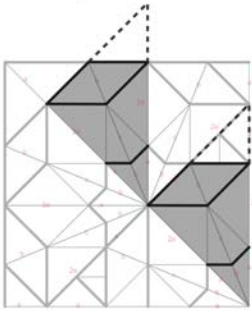
# Gevher Nesibe Medresesi (Kayseri)



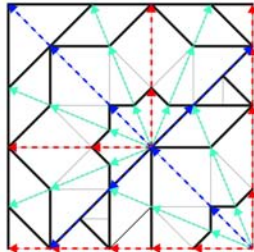
mukarnas planı



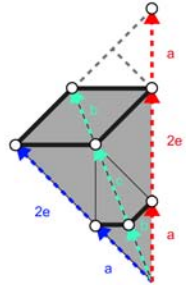
aksonometrik diyagram



oranlar ve örüntü

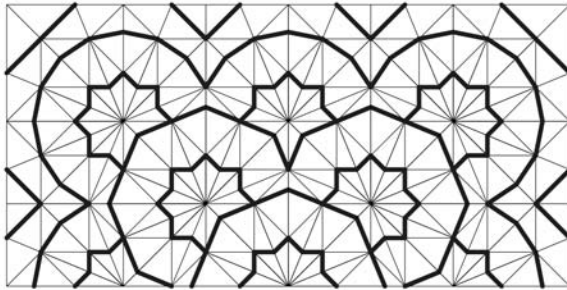


simetri ve büyüme

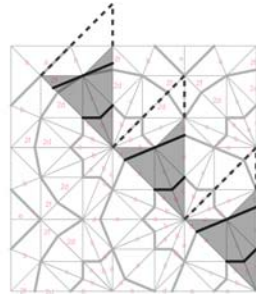


büyüme kuralı

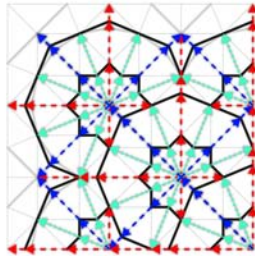
## Çifte Minareli Medrese (Sivas)



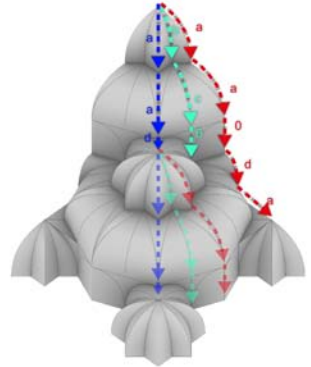
mukarnas planı



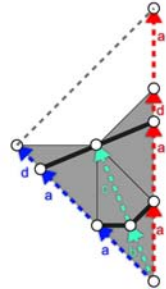
oranlar ve örüntü



simetri ve büyüme

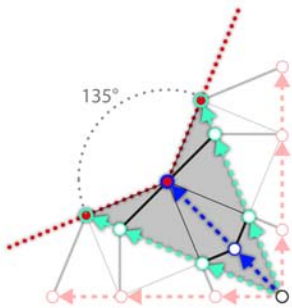


aksonometrik diyagram

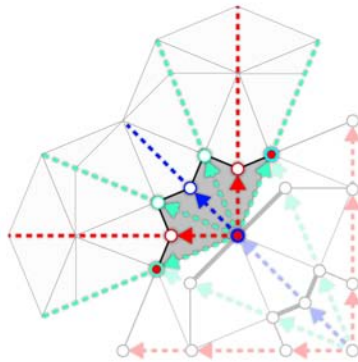


büyüme kuralı

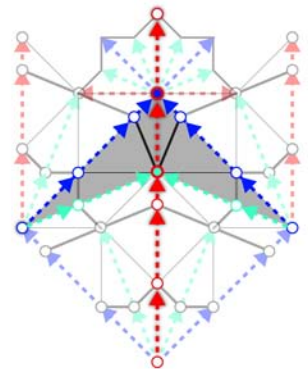




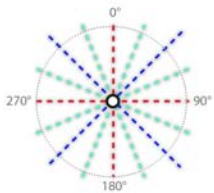
a. Dallanma açısı



b. Dallanma



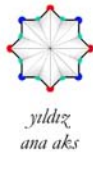
c. Büyüme kanalları çakışması



d. Dallanma "saati"



*yıldız  
ikincil  
aks*



*yıldız  
ana aks*

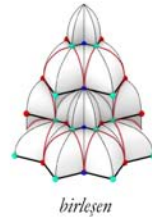


*poligon  
ikincil  
aks*

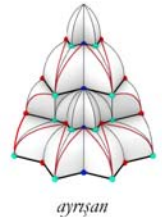


*poligon  
ana aks*

e. Dallanma tipleri



*birleşen*

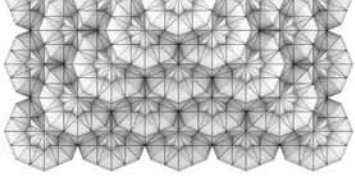


*ayrışan*

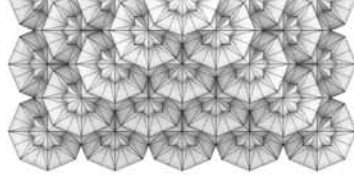
f. Bağlantı tipleri



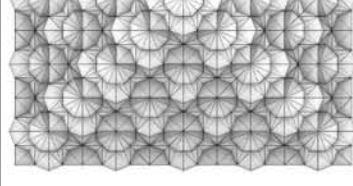
Sivas Çifte Minare  
Madrasah Muğarnas



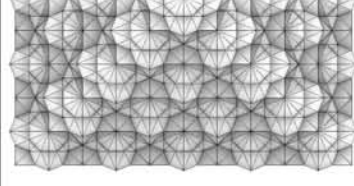
o: a,a,0,0,d,a  
d: a,a,d  
s: b,c,0,0  
T: True



o: a,a,0,0,d,a  
d: a,a,d  
s: b,c,0,0  
T: True

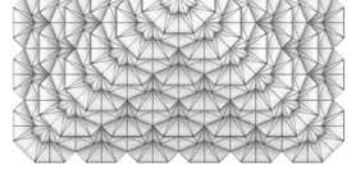


o: a,a,0,0,d,a  
d: a,d,a  
s: c,b,0,0  
T: True

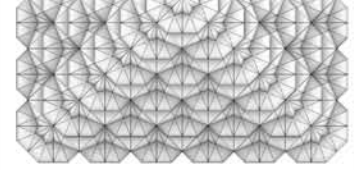


o: a,a,0,0,d,a  
d: a,d,a  
s: c,b,0,0  
T: False

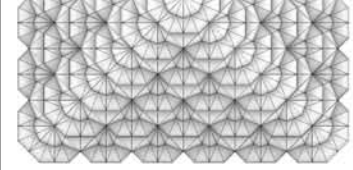
Kayseri Hacı Kılıç  
Mosque Muğarnas



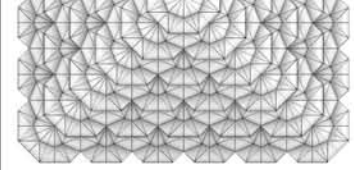
o: b,c,b,0  
d: b,c  
s: a,a,d  
T: True



o: b,c,b,0  
d: b,c  
s: a,a,d  
T: False

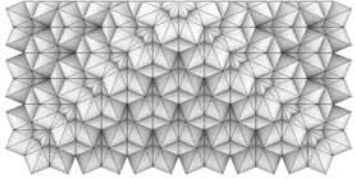


o: b,b,b,0  
d: c,b  
s: a,a,d  
T: False

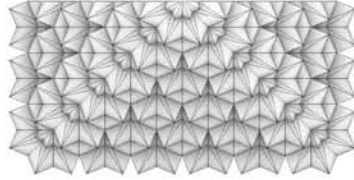


o: b,b,b,0  
d: c,b  
s: a,a,d  
T: True

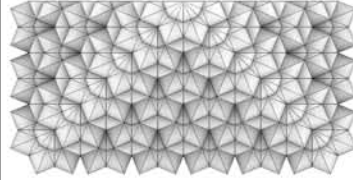
Sivas Şifaiye  
Medresah Muğarnas



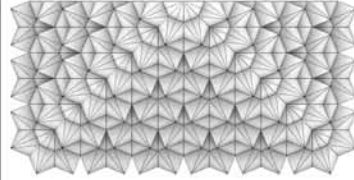
o: b,c,b,0  
d: b,c  
s: a,x,0  
T: False



o: b,c,b,0  
d: b,c  
s: a,x,0  
T: True

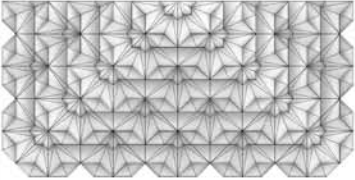


o: b,b,b,0  
d: c,b  
s: a,x,0  
T: False

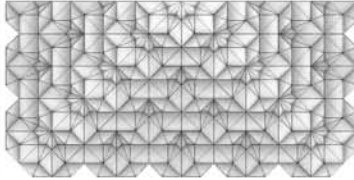


o: b,b,b,0  
d: c,b  
s: a,x,0  
T: True

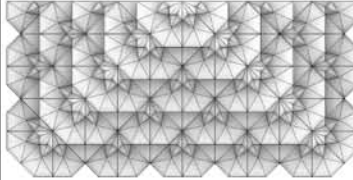
Kayseri Gevher Nesibe  
Medresah Muğarnas



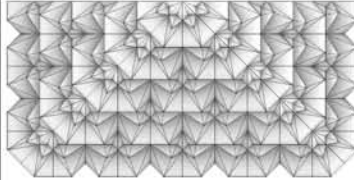
o: a,x,0,0,a,0  
d: a,x,0  
s: b,c,b,0  
T: False



o: a,x,0,0,a,0  
d: a,x,0  
s: b,c,b,0  
T: True

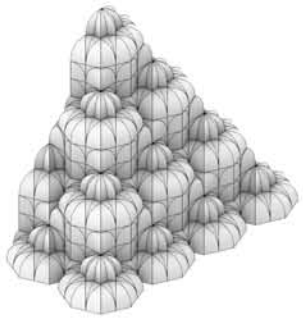


o: a,0,x,0,0,a  
d: a,0,x  
s: b,b,c,0  
T: False



o: a,0,x,0,0,a  
d: a,0,x  
s: b,b,c,0  
T: True

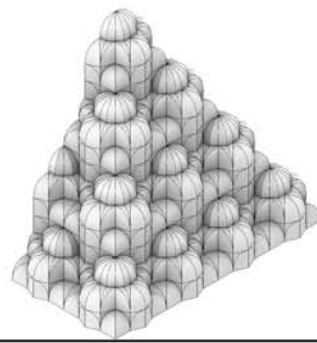
Sivas Çifte Minare  
Madrasah Muqarnas



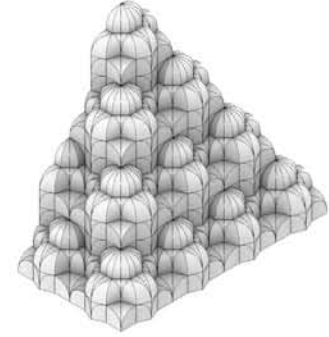
o: a,a,0,0,d,a  
d: a,a,d  
s: b,c,0,0  
T: True



o: a,a,0,0,d,a  
d: a,a,d  
s: b,c,0,0  
T: True



o: a,a,0,0,d,a  
d: a,d,a  
s: c,b,0,0  
T: True

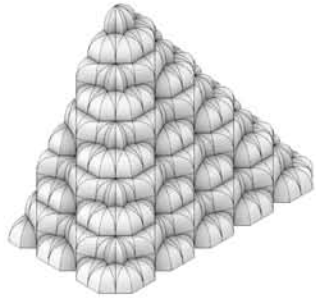


o: a,a,0,0,d,a  
d: a,d,a  
s: c,b,0,0  
T: False

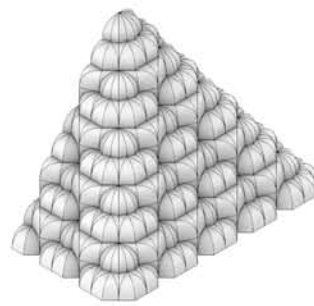
Kayseri Hacı Kılıç  
Mosque Muqarnas



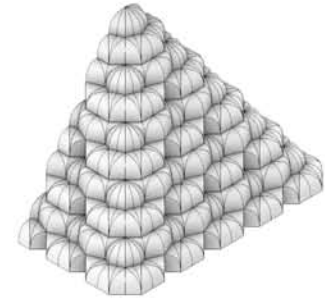
o: b,c,b,0  
d: b,c  
s: a,a,d  
T: True



o: b,c,b,0  
d: b,c  
s: a,a,d  
T: False

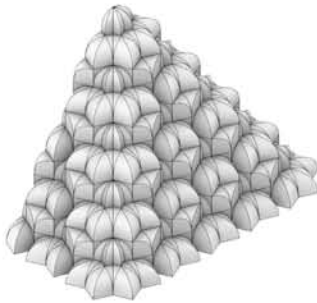


o: b,b,b,0  
d: c,b  
s: a,a,d  
T: False

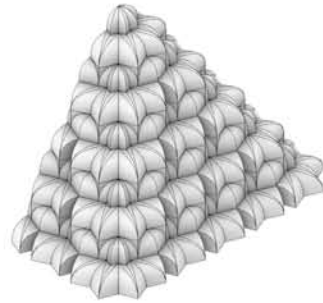


o: b,b,b,0  
d: c,b  
s: a,a,d  
T: True

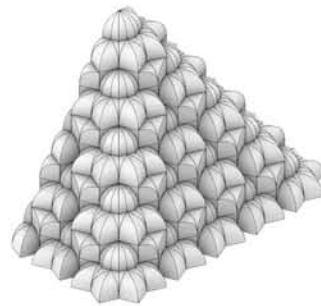
Sivas Şifaiye  
Medresah Muqarnas



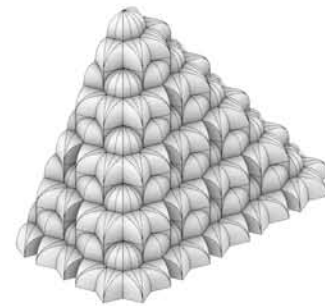
o: b,c,b,0  
d: b,c  
s: a,x,0  
T: False



o: b,c,b,0  
d: b,c  
s: a,x,0  
T: True

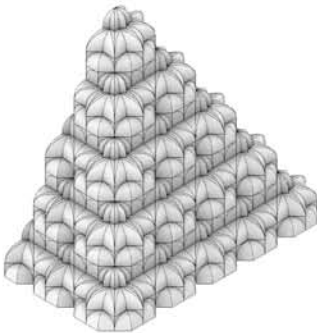


o: b,b,b,0  
d: c,b  
s: a,x,0  
T: False



o: b,b,b,0  
d: c,b  
s: a,x,0  
T: True

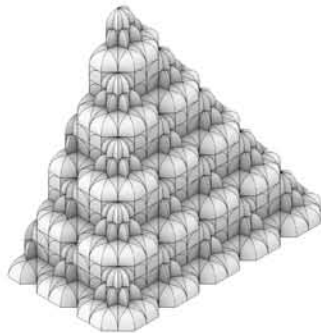
Kayseri Gevher Nesibe  
Medresah Muqarnas



o: a,x,0,0,a,0  
d: a,x,0  
s: b,c,b,0  
T: False



o: a,x,0,0,a,0  
d: a,x,0  
s: b,c,b,0  
T: True



o: a,0,x,0,0,a  
d: a,0,x  
s: b,b,c,0  
T: False



o: a,0,x,0,0,a  
d: a,0,x  
s: b,b,c,0  
T: True