

# İşbirlikli Maksimum Oranlı İletimin Kesinti Olasılığı

## Outage Probability of a Cooperative Maximum Ratio Transmission

Eylem Erdoğan  
Elektrik ve Elektronik Mühendisliği Bölümü  
Kadir Has Üniversitesi  
İstanbul, Türkiye  
eylem.erdogan@khas.edu.tr

Mahmut Sami Muşta, Tansal Güçlüoğlu  
Eletronik ve Haberleşme Mühendisliği Bölümü  
Yıldız Teknik Üniversitesi  
İstanbul, Türkiye  
tansal@yildiz.edu.tr

**Özetçe—** Bu bildiri maksimum oranlı iletim tekniği kullanan işbirlikli bir haberleşme sistemini ve Rayleigh dağılımlı sönümleme kanallarındaki kesinti olasılığı başarımını sunuyoruz. Çoklu verici antenli sistemlerde kullanıldığında tam çeşitliliği elde edebilen maksimum oranlı iletim alıcıda işlem karmaşıklığı gerektirmediğinden önerilen sistem hem kaynakta hem de kuvvetlendir-aktar yapısındaki rölede kullanılarak telsiz ağlarda hızlı ve güvenli bir iletişim sağlayabileceğinden pratikte tercih edilebilir bir yapı olabilecektir. Bu sistemdeki ortalama uçtan uca sinyal gürültü oranı matematiksel olarak analiz edilmekte ve ek olarak bilgisayar benzetim sonuçlarımız hata başarımını çeşitli senaryolar için göstermektedir.

**Anahtar Kelimeler —** Maksimum oranlı iletim; işbirlikli iletişim; kuvvetlendir ve aktar; kesinti olasılığı.

**Abstract—** In this paper, we present a cooperative communication system employing maximum ratio transmission technique and its outage probability performance over Rayleigh fading channels. Since maximum ratio transmission can achieve full diversity when used at transmitters having multiple antennas while requiring no complexity increase at the receiver, the proposed system can be a preferable structure to be used both at the source and amplify-forward type relays of wireless networks to provide high speed and reliable transmission in practice. For this system, average end-to-end signal to noise ratio is analyzed mathematically, moreover, our computer simulation results show the error performance for several scenarios.

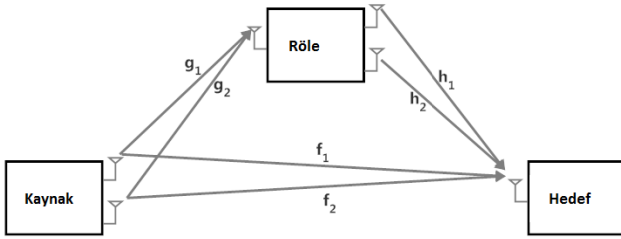
**Keywords —** maximum ratio transmission; cooperative communication; amplify-and-forward relaying; outage probability.

*Bu çalışma, TÜBİTAK tarafından 113E229 numaralı proje kapsamında desteklenmiştir.*

### I. GİRİŞ

Yüksek hızlı ve güvenilir kablosuz iletişim sistemlerinin tasarımı çok yönlü sönümleme kanalları nedeniyle kablolu sistemlere göre daha zordur. Pratikte kullanılabilir bir iletişim sağlayabilmek için bu sönümlenmelerin olumsuz etkileri azaltılmalıdır. Çoklu giriş çoklu çıkış (ÇGÇÇ) sis-temler, verici ve/veya alıcıda birden fazla anten kullanarak [1] çeşitleme kazancını ve iletim hızını artırabilir. ÇGÇÇ sistemlerde çeşitlilik kazancını artırmak için, uzay zaman kodları ve çeşitleme-birleştirme teknikleri uygulanabilir. Uzay zaman kodları, sistemde mümkün olan tüm çeşitlilik kazancını elde edebilir ancak anten sayısına bağlı karmaşıklık üstel olarak arttığından pratikte kullanımda sorunlar ortaya çıkmaktadır. Çoklu alıcı antenli sistemler için maksimum oranlı birleştirme (MOB) tekniğinin optimum alıcı çeşitleme tekniği olduğu iyi bilinmektedir. MOB'ye benzer bir başka yöntem de maksimum oranlı iletimdir (MOİ) [2]. Kanal bilgisinin alıcıda bilindiği durumlarda MOİ tekniği alıcı-verici çeşitlemesini tam olarak edebilir. Tek alıcı antenli sistemlerde kullanıldığında alıcıda kod çözme veya karmaşık işlemler gerektirmediğinden mobil ünitelerde kullanımı tercih edilebilecektir. MOİ tekniğinin dezavantajı vericinin kanal bilgisine sahip olması gerektiğidir ancak yüksek hızlı iletişimdeki kısa sembol süreleri dikkate alındığında yavaş değişen kanallar için bu durum önemli bir zorluk değildir. Uzay zaman kodlarına benzer olarak kanal kestirim hataları durumunda da MOİ tam çeşitlilik elde edilmektedir.

ÇGÇÇ iletimin doğal bir uzantısı olan işbirlikli çeşitleme tekniği [3], çoklu anten kullanmadan çeşitleme kazancını farklı kullanıcı kaynakları ve röleler kullanımıyla artırabilir. İşbirlikli çeşitlemede röleler, kaynaktan hedefe doğru kuvvetlendir-aktar (KA) veya çöz-aktar (ÇA) metodu kullanarak yardım edebilirler. KA, röleye gelen sinyali güçlendirerek hedefe doğru tekrar gönderdiğinden,



Şekil 1. İşbirlikli maksimum oranlı iletişime ait blok diyagram

önemli bir röleleme metodudur. Öte yandan SA, gelen kodlanmış sembollerin kodlarını çözer, tekrar kodlar ve hedefe iletir. Genel olarak, KA tekniğinin SA'ya göre çok daha iyi performans sergilediğini, fakat KA rölelemedeki analiz ve türetim işlemlerinin çok daha karışık olduğu söylenebilir.

Literatürde, işbirlikli iletişim, araştırmacılar tarafından detaylı olarak incelenmiştir. [4]'te, çok-atlamalı ve çok-dallı KA röleleme kullanan ağlar için ortalama hata olasılığı çalışmaları yapılmıştır. [5]'te, Nakagami-m sönümlenme kanalındaki çok-dallı KA işbirlikli ağa ait kesinti olasılığı (KO) ve sembol hata oranının alt sınırı araştırılmıştır. [6]'da, çift atlamalı KA işbirlikli çeşitleme kazancı çalışılmış, KO ve ortalama hata olasılığının matematiksel türetimleri sunulmuştur. Son zamanlarda, ÇGÇÇ tekniklerinin işbirlikli iletişimde kullanımı konusundaki araştırmalar artmakta olup karmaşıklığı çok artırmadan yüksek seviyeli çeşitleme elde edebilecek yapılar tasarlanması ilgi çekmektedir. [7]'de, çift atlamalı çoklu antenli, çoklu KA röleleme sistemine ait sembol hata olasılığının üst ve alt sınır ifadeleri elde edilmiştir. [8]'de, yazarlar, moment üreten fonksiyon (MÜF) yardımı ile çoklu antenli bir KA tekniği kullanan sisteme ait KO'nı hesaplamışlardır. Bu bildiride, MOİ'nin kaynak ve rölelerde, MOB'nin ise hedefte kullanıldığı, işbirlikli çift atlamalı bir KA sistemin performansı incelenmektedir. Sunulan model için, uçtan uca SGO için olasılık yoğunluk fonksiyonu (OYF), birikimli dağılım fonksiyonu (BDF), moment üreten fonksiyonu (MÜF) ve KO'nun alt limiti de MÜF'ye bağlı olarak elde edilmektedir.

Bu makale şu şekilde düzenlenmiştir. Bölüm 2'de sistem modeli ve hazırlanan model için SGO ifadeleri verilmiştir. Bölüm 3'te OYF, BDF, MÜF ifadeleriyle KO ve ortalama SGO bulunmuştur. Bölüm 4'te bulduğumuz teorik sonuçlar ile bilgisayar benzetimlerinin karşılaştırmasını sunulmakta ve sonuçlar Bölüm 5'te özetlenmektedir.

## II. SİSTEM MODELİ

Şekil 1 kaynak, röle ve hedef düğümünden oluşan çoklu verici tek alıcı anten kullanılan işbirlikli bir sistemi göstermektedir. Kaynaktaki çoklu antenlerden MOİ ile

röleye iletilen semboller kanal katsayılarına bağlı olarak KA yöntemiyle iletim gücü normalize edildikten sonra hedefe tekrar MOİ kullanarak iletilmektedir. Hedefte kullanılan MOB, kaynak ve hedeften gelen sinyalleri birleştirdikten sonra iletilen sembole karar vermektedir. Kaynak ve röleden 2 anten kullanılarak iletim yapıldığında hedefte alınan sinyaller aşağıdaki gibi yazılabilir:

$$y_s = \sqrt{P_s}(f_1 w_{f_1} + f_2 w_{f_2})x_s + n_s, \quad (1)$$

$$y_d = (\sqrt{P_s}(g_1 w_{g_1} + g_2 w_{g_2})x_s + n_r) \times G\sqrt{P_r}(h_1 w_{h_1} + h_2 w_{h_2}) + n_d.$$

Burada, kaynak sinyali  $x_s$  ile gösterilirken  $P_s$  ve  $P_r$  sırasıyla kaynak ve röledeki iletim güçlerini ifade etmektedir. Kanal katsayıları  $g_1, g_2, f_1, f_2, h_1, h_2$  olarak gösterilmiştir ki bunlar da sırasıyla, kaynak-röle (K-R), kaynak-hedef (K-H) ve röle-hedef (R-H) yolları arasındadır. Tüm kanal katsayılarının, Rayleigh dağılımlı, sıfır ortalama, birim-varyanslı, bağımsız tekdüze dağılmış kompleks Gauss rastsal değişkenler olduğu varsayılmaktadır.  $w_{g_1}, w_{g_2}, w_{f_1}, w_{f_2}, w_{h_1}, w_{h_2}$  değerleri, MOİ ağırlıkları aşağıdaki gibi elde edilebilmektedirler,

$$\begin{aligned} w_{f_i} &= f_i^H / \sqrt{|f_1|^2 + |f_2|^2}, \\ w_{g_i} &= g_i^H / \sqrt{|g_1|^2 + |g_2|^2}, \\ w_{h_i} &= h_i^H / \sqrt{|h_1|^2 + |h_2|^2}, \quad i = 1, 2. \end{aligned} \quad (2)$$

$G$  katsayısı  $S \rightarrow R$  linkine bağlı olarak röledeki ölçekleme faktörüdür ve şu şekilde ifade edilebilir,

$$G = \frac{1}{\sqrt{P_s} \sqrt{|g_1|^2 + |g_2|^2}}. \quad (3)$$

Gürültü katsayıları  $n_s, n_r$  ve  $n_d$  sıfır ortalama ve  $N_0$  varyanslı toplamsal beyaz Gauss gürültü (AWGN) olarak modellenmişlerdir. (1) ve (2)'deki kullanarak,  $y_s$  ve  $y_d$ 'nin son hali şu şekilde yazılabilir,

$$y_d = (\sqrt{P_s} \sqrt{|g_1|^2 + |g_2|^2} x_s + n_r) \times (G \sqrt{P_r} \sqrt{|h_1|^2 + |h_2|^2}) + n_d, \quad (4)$$

$$y_s = (\sqrt{P_s} \sqrt{|f_1|^2 + |f_2|^2} x_s + n_s). \quad (5)$$

Kaynak ve röleden alınan sinyallerin MOB yöntemiyle birleştirildikten sonra gönderilen sembole optimum olarak karar verildiği varsayılmaktadır.

## III. PERFORMANS ANALİZİ

Önerilen sistemin KO'sunu bulmak için önce uçtan uca SGO ifadesi basitleştirilir daha sonra ona ait OYF, BDF,

ve MÜF fonksiyonları hesaplanır ve KO MÜF'e bağlı olarak bulunur. Bir önceki bölümde açıklanan sisteme ait SGO ifadesi (4). ve (5). formüllerin yardımıyla şu şekilde yazılabilir,

$$\gamma_d = \frac{\frac{P_s}{N_0} (|g_1|^2 + |g_2|^2) \frac{P_r}{N_0} (|h_1|^2 + |h_2|^2)}{\frac{P_s}{N_0} (|g_1|^2 + |g_2|^2) + \frac{P_r}{N_0} (|h_1|^2 + |h_2|^2)} + \frac{P_s}{N_0} (|f_1|^2 + |f_2|^2). \quad (6)$$

$\gamma_g = \frac{P_s}{N_0} (|g_1|^2 + |g_2|^2)$ ,  $\gamma_h = \frac{P_r}{N_0} (|h_1|^2 + |h_2|^2)$  ve  $\gamma_f = \frac{P_s}{N_0} (|f_1|^2 + |f_2|^2)$  olduğundan, bu değerleri (6)'da yerine yazarsak, aşağıdaki ifadeyi elde edebiliriz,

$$\gamma_d = \frac{\gamma_g \gamma_h}{\gamma_g + \gamma_h} + \gamma_f. \quad (7)$$

Matematiksel analiz kısmı çok karmaşık ve takip edilebilirlik düşük olduğundan, SGO için üst sınır ifadesi kullanarak işlem karmaşıklığı azaltılabilir. İşbirlikli sistemle ilgili çalışmalarda kullanıldığı gibi, uçtan-uca SGO ifadesine ait üst sınır,

$$\begin{aligned} \gamma_{up} &> \gamma_d = \frac{\gamma_g \gamma_h}{\gamma_g + \gamma_h} + \gamma_f \\ \gamma_{up} &= \min(\gamma_g, \gamma_h) + \gamma_f \end{aligned} \quad (8)$$

olarak yazılabilir. (8) ile gösterilen ifade de  $\min(\gamma_g, \gamma_h) = \gamma_b$  olarak yazıldığında, uçtan uca SGO'ya ait üst sınır iki SGO değerinin toplamı olarak gösterilebilir.  $\gamma_b$ 'ye ait OYF ve BDF sırasıyla  $f_{\gamma_b}(\gamma)$  ve  $F_{\gamma_b}(\gamma)$  olarak belirtildiğinde,  $F_{\gamma_b}(\gamma)$  şu şekilde yazılabilir,

$$F_{\gamma_b}(\gamma) = \Pr [\min(\gamma_g, \gamma_h) < \gamma] \quad (9)$$

2 verici, 1 alıcı anten için  $\gamma_g, \gamma_h$  ve  $\gamma_f$  ye ait OYF ifadeleri [3]'te verildiği gibi ifade edilir,

$$\begin{aligned} f_{\gamma_g}(\gamma) &= \frac{\gamma}{\Omega_g^2} e^{-\gamma/\Omega_g} \\ f_{\gamma_f}(\gamma) &= \frac{\gamma}{\Omega_f^2} e^{-\gamma/\Omega_f} \\ f_{\gamma_h}(\gamma) &= \frac{\gamma}{\Omega_h^2} e^{-\gamma/\Omega_h} \end{aligned} \quad (10)$$

Burada  $\Omega_g, \Omega_h$  ve  $\Omega_f$  değerleri  $S \rightarrow R, R \rightarrow D$  ve  $S \rightarrow D$  arasındaki ortalama SGO'ları gösterir. Bu değerler, şu şekilde yazılabilir,

$$\begin{aligned} \Omega_g &= \frac{P_s}{N_0} \mathbb{E}[|g_1|^2 + |g_2|^2] \\ \Omega_h &= \frac{P_r}{N_0} \mathbb{E}[|h_1|^2 + |h_2|^2] \\ \Omega_f &= \frac{P_s}{N_0} \mathbb{E}[|f_1|^2 + |f_2|^2] \end{aligned} \quad (11)$$

Burada  $\mathbb{E}[\cdot]$  ifadesi, ortalama işlemini göstermektedir.  $f_{\gamma_g}(\gamma)$  ve  $f_{\gamma_h}(\gamma)$ 'ın  $\gamma$ 'ya göre integralini alıp (9)'da yerine yazarsak  $F_b(\gamma)$  şu şekilde yazılabilir,

$$F_{\gamma_b}(\gamma) = 1 - \Gamma(2, \frac{\gamma}{\Omega_g}) \Gamma(2, \frac{\gamma}{\Omega_h}). \quad (12)$$

Buradaki  $\Gamma(\cdot)$  tam olmayan Gamma fonksiyonunu göstermektedir.  $f_{\gamma_b}(\gamma)$  ifadesi  $F_{\gamma_b}(\gamma)$ 'nın  $\gamma$ 'ya göre türevi alınarak rahatça hesaplanabilir ve ardından Laplace dönüşümü kullanılarak kaynaktan ( $S \rightarrow R$ ) ve röleden ( $S \rightarrow R \rightarrow D$ ) gelen bağlantıların SGO'na ait MÜF fonksiyonları aşağıdaki gibi yazılır,

$$\begin{aligned} \mathbf{M}_{\gamma_f}(s) &= \frac{1}{(1 + s\Omega_f)^2} \\ \mathbf{M}_{\gamma_b}(s) &= s \int_0^\infty e^{-s\gamma_b} F_{\gamma_b}(\gamma) d\gamma. \end{aligned} \quad (13)$$

Bu çalışmada direkt bağlantı ve röleden gelen bağlantı birbirinden bağımsız olduğundan,  $\gamma_{up}$ 'a ait MÜF değeri aşağıdaki gibi yazılabilir,

$$\mathbf{M}_{\gamma_{up}}(s) = \mathbf{M}_{\gamma_b}(s) \mathbf{M}_{\gamma_f}(s). \quad (14)$$

Kablosuz haberleşmede en yaygın performans ölçütlerinden birisi ortalama uçtan-uca ortalama SGO'dur. Sistem kapasitesi ve güvenilirliğiyle ilgili doğrudan bilgi verebildiği için yaygın bir performans ölçütüdür. Önerilen sistemde 2 verici 1 alıcı antenli durumdan ortalama uçtan uca ortalama SGO, aşağıdaki gibi elde edilebilir

$$\Omega_{up} = (d\mathbf{M}_{up}(s)/ds)_{s=0} = 2\Omega_f + (5/8)(\Omega_g + \Omega_h) \quad (15)$$

KO veya ( $P_{out}$ ), kablosuz haberleşmede kullanılan önemli bir performans ölçütüdür. KO, SGO değerinin, belirli bir  $\gamma_{th}$  değerinin altına düşme olasılığına göre belirlenir.  $P_{out}$ 'a ait alt sınır  $\mathbf{M}_{up}(s)$ 'in  $\gamma_{th}$ 'taki ters Laplace dönüşümü alınarak bulunur. Bazı değişiklikler yapıldıktan ve ortalama SGO'lar birbirine eşit kabul edildiğinde ( $\Omega_g = \Omega_f = \Omega_h = \Omega$ ),  $P_{out}$  ifadesi aşağıdaki gibi bulunur,

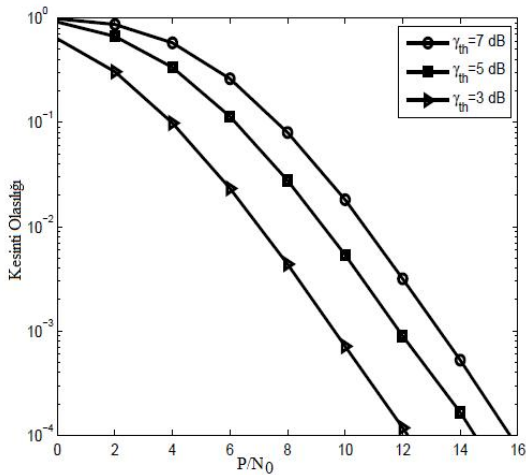
$$\begin{aligned} P_{out} &= 1 + \left( \frac{10\Omega - 6\gamma_{th}}{\Omega} \right) e^{-\gamma_{th}/\Omega} \\ &\quad - \left( \frac{6\Omega\gamma_{th} + \gamma_{th}^2 + 11\Omega^2}{\Omega^2} \right) e^{-2\gamma_{th}/\Omega} \end{aligned} \quad (16)$$

## IV. SAYISAL SONUÇLAR

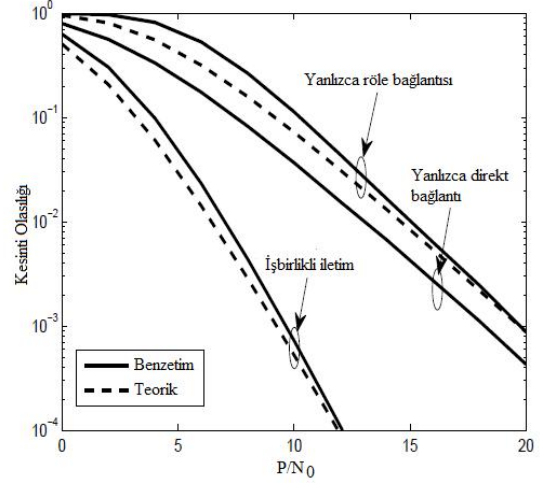
Bu bölümde, KO ile ilgili bazı sayısal örnekler sunulmakta olup değişik parametreler için Monte Carlo benzetimleri ile karşılaştırmalar yapılmaktadır. Benzetimlerde kaynak ve röledeki sembol başına düşen iletim güçleri birbirine eşit ( $P_s = P_r = P$ ) kabul edilmiştir.

Şekil 2, farklı eşik değerleri için KO performansını gösterir. Şekilden de görülebildiği üzere, eşik değeri 3 dB olduğunda, 7 dB'ine göre en az 4 dB'lik kazanç sağlanmaktadır. Buradan hareketle, eşik değerlerini daha düşük dB'ye çektiğimizde, KO performansı artacaktır. Ayrıca, burada sunulan modelin yüksek KO performansı sağladığı görülmektedir. Örneğin, 3 dB eşik değerinde,  $10^{-4} P_{out}$  için sadece 12 dB güç yeterlidir.

Şekil 3, bizlere KO'nun farklı senaryolar için teorik ve benzetim sonuçlarının kıyaslamasını göstermektedir.  $P_{out} 10^{-1}$  olduğunda, yalnızca röle bağlantısı için teorik ile benzetim sonuçları arasındaki fark yaklaşık olarak 0.8 dB'dir. Ancak  $P_{out} = 10^{-3}$  olduğunda aradaki farkın 0.09 dB'ye indiği gözlemlenmektedir. Bu sonuçlar bize bu çalışmada sunulan KO alt sınır ifadesinin orta ve yüksek SGO değerlerinde tam sonuca yakın olduğunu göstermektedir. Ek olarak, bu benzetimde işbirlikli yolun sadece direkt veya röleli iletme göre çok daha yüksek bir çeşitleme kazancı sağladığı benzetim sonuçlarında görülmektedir. Örneğin, bu benzetimde yalnızca röleli veya direkt iletme ait çeşitleme kazancının 2 olduğu fakat işbirlikli yapının kullanılması halinde bu kazancın 4'e çıktığı görülmektedir.



Şekil 2. Farklı eşik değerleri için kesinti olasılığı.



Şekil 3. 3 dB eşik için teorik ve benzetim sonuçlarının karşılaştırılması.

## I. SONUÇLAR

Bu çalışmada, kaynakta ve rölede maksimum oranlı iletim tekniği kullanan işbirlikli bir haberleşme sistemi ve Rayleigh dağılımlı sönmüleme kanallarındaki uçtan-uca sinyal gürültü oranı istatistikleri ve kesinti olasılığı sunulmuştur. Kesinti olasılığına ait üst sınır için elde edilen teorik sonucun benzetim sonuçlarına yakın olduğu gözlemlenmiştir. Önerilen sistem karmaşıklığı yüksek uzay zaman kodlu sistemler gibi tam çeşitlilik elde edilebildiğinden telsiz ağlarda pratikte tercih edilebilir bir yapı olabilecektir.

## II. KAYNAKÇA

- [1] I. E. Telatar, "Capacity of multi-antenna Gaussian channels", *European Trans. on Telecom.*, vol.4, 1999, p: 585-595.
- [2] T. K. Y. Lo, "Maximum ratio transmission", *IEEE Trans. on Comm.*, vol. 47, 1999, p:1458-1461.
- [3] A. Nosratinia, T. E. Hunter, and A. Hedayat, "On the limits of wireless communication in a fading environment when using multiple antennas", *Wireless Personal Comm.*, 1998, p:311-335.
- [4] A. Adinoyi, H. Yanikomeroglu, "Cooperative Relaying in Multi-Antenna Fixed Relay Networks", *IEEE Transactions on wireless communications*, vol. 6, 2007, p:533-544.
- [5] S. Ikki, M. H. Ahmed, "Performance Analysis of Cooperative Diversity Wireless Networks over Nakagami-m fading channels", *IEEE Comm. Letters*, vol. 10, 2007, p:334-337.
- [6] M. O. Hasna, M.-S. Alouini, "A Performance Study of Dual-Hop Transmissions With Fixed Gain Relays", *IEEE Trans. on wireless comm.*, vol.3, 2004, p: 1963-1968.
- [7] P. A. Anghel, M. Kaveh, "Exact Symbol Error Probability of a Cooperative Network in a Rayleigh-Fading Environment", *IEEE Trans. on Wireless Comm.*, vol.3, 2004, p:1416 - 1421.
- [8] H. Katiyar, R. Bhattacharjee, "Outage performance of two-hop multi-antenna cooperative relaying in Rayleigh fading channel", *Electronic Letters*, vol. 45, 2009, p:881-883