

# Sualtı İşbirlikli OFDM Sistemleri için MP-SAGE Kanal Kestirimi

## MP-SAGE Based Channel Estimation for Underwater Cooperative OFDM Systems

Mustafa Erdoğan, Habib Şenol, Erdal Panayırıcı  
Elektrik ve Elektronik Müh. Bölümü,  
Kadir Has Üniversitesi,  
{mustafa.erdogan, hsenol, eepanay}@khas.edu.tr

Murat Uysal  
Elektrik ve Elektronik Müh. Bölümü,  
Özyeğin Üniversitesi,  
murat.uysal@ozyegin.edu.tr

**Özetçe** — Bu bildiri, seyrek yapıdaki sualtı akustik kanallar üzerinden çalışan güçlendir-ve-aktar (AF) işbirlikli röle tabanlı dik frekans bölümlü çoğullamalı (OFDM) sistemler için özgün ve yeni bir kanal kestirim algoritması önerilmektedir. Hesaplama karmaşıklığı düşük, hızlı, ve iteratif yapıdaki bu algoritma, uyumlu eşleme (matching pursuit, MP) ve geliştirilmiş beklenti enbüyükleme (SAGE) tekniklerinin birleştirilmesine dayanmaktadır. Algoritma gerek seyrek yapıda sualtı kanalın çok yollu kanal katsayılarını ve bunların konumlarını kestirmekte ve gerekse kanalı etkileyen ve bir Gauss karışımı ile modellenen, Gauss olmayan gürültünün karışım parametrelerini belirlemektedir. Yapılan bilgisayar benzetimleri, önerilen kanal kestirim algoritmasının simge hata ve kestirim başarımları açısından halen var olan kestirim algoritmalarına oranla çok daha iyi sonuçlar verdiğini göstermektedir.

**Anahtar Kelimeler** — Sualtı akustik kanal kestirimi, Gauss karışım modeli, AF-OFDM, MP-SAGE.

**Abstract** — In this paper, an efficient channel estimation algorithm is proposed for amplify-and-forward (AF) cooperative relay based orthogonal frequency division multiplexing (OFDM) system in the presence of sparse underwater acoustic channels and of the correlative non-Gaussian noise. The algorithm is based on the combinations of the matching pursuit (MP) and the space-alternating generalized expectation-maximization (SAGE) technique, to improve the estimates of the channel taps and their location as well as the Gaussian mixture noise distribution parameters in an iterative way. Computer simulations show that underwater acoustic channel is estimated very effectively and the proposed algorithm has excellent symbol error rate (SER) and channel estimation performance, as compared to the existing ones.

**Keywords** — Underwater acoustic channel estimation, Gaussian mixture model, AF-OFDM, MP-SAGE.

### I. GİRİŞ

Sualtı akustik haberleşme ağları, sualtındaki gezgin ve/veya sabit birimlerin kendi aralarında ve su üstünde (ya da kıyıda) yer alan merkezi bir birimle çeşitli türdeki veri (örneğin, telemetre, kontrol bilgileri, ses ve video işaretleri) aktarımını sağlamak için kullanılır. Yüksek hız ve güvenilirlikli sualtı haberleşme ağları, açıkdeniz petrol arama/sondaj, sualtı hayatı ile ilgili veri toplama, denizaltı arkeolojisi, sismik gözlemler, çevre koruma, liman ve sınır güvenliği gibi birçok sualtı uygulaması için kritik bir öneme sahiptir [1, 2].

Sualtı kanallarında çok-yollu propagasyon nedeniyle frekans-seçici sönmüleme gözlemlenir. Sığ sulara çok-yollu propagasyon deniz yüzeyi ve tabanı ile suda bulunabilecek cisimlerden oluşan yansımalar nedeniyle oluşur. Derin sulara ise bu, temel olarak akustik dalgaların en düşük ses hızının doğrultusunda hareket etme eğilimi sonucu oluşan "ışın eğilmesi"nden (ray bending) kaynaklanır. Farklı nedenlerden kaynaklansa da sonuç olarak çok-yollu propagasyon gönderilen işaretin alıcı tarafta farklı gecikmelerle ulaşmasına ve simge arası girişime yol açar. Radyo kanalları ile karşılaştırıldığında sualtı sönmülemesindeki gecikme yayılımının (delay spread) 10 milisaniyenin katları mertebesinde çok büyük değerler alabilmesidir. Ayrıca kanal enerjisi sadece belirli bölgelerde yoğunlaşmış olup seyreklik bir yapı gösterir. Sualtı kanallarının kestiriminde özellikle dikkat edilmesi gereken nokta kanalın bu uzun gecikme yayımlı seyrek yapısıdır. Seyreklik kanallarda, enerji belirli bölgelerde yoğunlaştığı için dürtü yanında çok fazla sıfır yer alır. Klasik kanal kestirim yöntemleri bu seyrek yapıyı gözönünde bulundurmamaları ve gecikme yayılımı tarafından belirlenen tüm kanal boyunca kestirim yapmaya çalışmaları nedeniyle sualtı kanallarında kullanılmalrı etkin bir çözüm olamaz.

Noktadan noktaya sualtı akustik sistemlerinde kanal kestirimi problemi [3-5] çalışmalarında incelenmiştir. Ancak kuvvetlendir-ve-aktar (amplify-and-forward, AF) röleleme kullanan işbirlikli sualtı haberleşme sistemlerinde bu tür ayrıntılı çalışma, [6] hariç, bulunmamaktadır. Bu bildiri, AF röle tekniği ile çalışan, OFDM-tabanlı işbirlikli sualtı akustik iletişim sistemlerinde [1, 2] pilot destekli yeni bir kanal kestirim tekniği önerilmektedir. Çalışmada konuyla ilgili getirilen yenilikler temel olarak şöyle özetlenebilir. Kanalın seyrek yapısı kestirim algoritması içinde göz önünde alınmaktadır. Böylelikle, çok az sayıda kanal parametresinin kestirilmesi nedeniyle algoritmanın hesaplama karmaşıklığı büyük oranda azalmakta ve bunun sonucu olarak da kestirim hatalarında önemli derecede düşmeler görülmektedir. Bildiri, kaynak ile hedef arasındaki kanalın seyrek kanal katsayıları ve bunların rastlansal konumlarının başlangıç değerleri uyumlu eşleme (matching pursuit (MP)) algoritması ile belirlenmektedir [7]. Kanalı etkileyen Gauss olmayan toplamsal gürültü ise bir Gauss-karışım (Gaussian mixture) olasılık dağılımı ile modellenmektedir. Literatürde ilk kez sualtı kanallarının kestirimi için Gauss dağılımlı olmayan gerek kompleks kanal katsayılarının ve gerekse sistemi toplamsal biçimde etkileyen gürültünün Gauss-karışım ile modellendiği ve hesaplama karmaşıklığı çok daha düşük, hızlı ve iteratif yapıda yeni bir kanal kestirim algoritması tasarlanmaktadır. Beklenti-enbüyükleme (expectation maximization) adıyla bilinen bir rastlansal eniyileme algoritmasının hızlı bir versiyonu olan SAGE (Space-Alternating Generalized

Expectation-Maximization Algorithm) [8] tekniğine dayanan bu algoritma, kanal parametrelerini kestirmektedir.

## II. SİSTEM MODELİ

Çalışmamızda bilgilerin, kaynak düğümünden (S), hedef düğümüne (D), röle düğümü (R) yardımı ile iletiği bir işbirlikli kablosuz iletişim senaryosu göz önüne alınmıştır. Bu senaryoda tüm düğümler tek bir anten ile donatılmıştır. Çalışmamızda yayın evresinde kaynak düğümü, hedef ve röle düğümlerine bilgi iletir. Röleleme aşamasında ise, kaynak sessiz kalır ve röle düğümü, gürültü sinyallerin gücü ölçülenmiş bir versiyonunu kaynaktan alarak hedef düğümüne iletir. Böylelikle alıcı tarafta birisi doğrudan kaynaktan gelen diğeri ise röle üzerinden iletilen sinyal ulaşmış olur. Her düğüm çifti arasındaki kanal durağamsız frekans seçici sönmüleme özelliğine sahip olup, bu kanallar üzerinden dik frekans bölmeli çoğullama (OFDM) sistemi ile iletişimin sağlandığı varsayılmaktadır.  $\tilde{h}^{SR}$ ,  $\tilde{h}^{RD}$  ve  $\tilde{h}^{SD}$  ile gösterilen kanal dürtü yanıtlarına sahip  $S \rightarrow R$ ,  $R \rightarrow D$  and  $S \rightarrow D$  linkleri seyrek yapıda olup  $\tilde{L}_{SR}$ ,  $\tilde{L}_{RD}$  ve  $\tilde{L}_{SD}$  enbüyük ayrıncı çokyollu gecikmelere sahiptir. Dolayısı ile,  $L_{SR}$ ,  $L_{RD}$  ve  $L_{SD}$  çok yollu kanalların sıfırdan farklı kademe sayılarını göstermektedir. Her link üzerindeki kanal dürtü yanıtları, birbirinden bağımsız, ortalaması  $\mu_l/\sqrt{2}$  ve varyansı  $\sigma_l^2/2$  olan karmaşık Gauss rastlantısal değişkenleri ile tanımlanmaktadır.  $\Omega_l = E\{|h_l|^2\} = \mu_l^2 + \sigma_l^2$  'de ilgili Rician çoklu kanal güç profilini ( $\sum_{l=1}^{\tilde{L}} \Omega_l = 1$ ,  $L \in \{L_{SR}, L_{RD}, L_{SD}\}$ ) göstermektedir. Ayrıca,  $l$  kademesi için Rician  $K$ -faktörü, ortalama güç bileşeninin diffüz edilmiş güç bileşenine oranı olarak tanımlanmaktadır. Diğer bir deyişle  $\kappa_l = \mu_l^2/\sigma_l^2$  dir. Her kanal dürtü yanıtı

$$h_l = \sqrt{\frac{\kappa_l \Omega_l}{\kappa_l + 1} \left(\frac{1+j}{\sqrt{2}}\right)} + \sqrt{\frac{\Omega_l}{\kappa_l + 1}} \tilde{h}_l, l = 1, \dots, \tilde{L}, \tilde{L} \in \{L_{SR}, L_{RD}, L_{SD}\}, \quad (1)$$

biçimde ifade edilebilir. Burada,  $\tilde{h}_l$ , sıfır ortalamalı ve birim varyanslı karmaşık bir Gauss rastlantısal değişkenini göstermektedir. Ayrıca  $S \rightarrow R$ ,  $R \rightarrow D$  and  $S \rightarrow D$  linkleri üzerinde oluşan kompleks değerli, renkli Gauss gürültüleri sırasıyla  $\mathbf{v}^{SR}$ ,  $\mathbf{v}^{RD}$  ve  $\mathbf{v}^{SD}$  ile gösterilsin. Kanal dürtü yanıtlarının bir blok süresince durağan kaldığı ve bloktan bloğa bağımsız olarak değiştiği varsayılmaktadır.

Veri iletişiminin,  $N$ -taşıyıcılı OFDM tekniği ile çalışan işbirlikli bir iletişim sistemi üzerinden sağlandığını düşünelim. Vericide simgelerarası girişimi (ISI) engellemek için OFDM bloklarına bir önek (cyclic prefix, CP) eklenir. Alıcıda ise, Fourier dönüşümü (FFT) alındıktan ve önek atıldıktan sonra, ilk iletişim periyodunda, aynı anda röleye ve hedef düğümüne ulaşan alıcı sinyaller

$$y_{1,n}^R = \sum_{l=1}^{\tilde{L}_{SR}} \tilde{h}_l^{SR} s_{n-l} + v_n^{SR}, \quad (2)$$

$$y_{1,n}^D = \sum_{l=1}^{\tilde{L}_{SD}} \tilde{h}_l^{SD} s_{n-l} + v_n^{SD}, \quad (3)$$

biçimde ifade edilebilir.

Bu ilişkilerde,  $s_n = (1/N) \sum_{k=1}^N d_k e^{j2\pi nk/N}$  olup,  $S$  düğümünün  $n$ . ayrıncı zamanda ilettiği sinyali ve  $d_k$ ' da,  $k$ . alt kanal üzerinden iletilen veri simgesini göstermektedir. Röleleme aşamasında ise (2. zaman aralığında), hedef düğümünde, zaman-domeninde alınan bilgi bloğu aşağıdaki gibidir,

$$y_{2,n}^D = \sum_{l=1}^{\tilde{L}_{RD}} \tilde{h}_l^{RD} y_{1,n-l}^R + v_n^{RD}. \quad (4)$$

Güç bütçesinin dengelenmesi için, alınan sinyal  $y_{1,n}^R$ ,  $n = 1, 2, \dots, N$ ,  $\gamma$  ölçekleme değeri kullanılarak röle düğümünde normalize edilir. Sualtı akustik kanallarında  $v_n^{SR}$ ,  $v_n^{SD}$  ve  $v_n^{RD}$ , gürültüleri aşağıdaki öznlenti fonksiyonuna sahip olduğu varsayılmaktadır,

$$\rho(n - n') = \sigma^2 e^{-2\pi|n-n'|f_0 T_s}. \quad (5)$$

Burada  $\sigma^2$  ve  $T_s$  sırasıyla gürültü varyansı ve örnekleme periyodunu göstermektedir.  $f_0$  frekansı ise, renkli gürültünün öznlenti

fonksiyonunun ( $f_0 T_s = 0.01, 0.05, 0.1$ ) model parametresi olarak seçilmektedir. (2) denklemi (4)' de yerleştirilirse, (4), vektörel olarak

$$\mathbf{y}_2^D = \Gamma \tilde{\mathbf{h}} + \mathbf{v}, \quad (6)$$

şeklinde ifade edilebilir. Burada  $\mathbf{y}_2^D = [y_{2,0}^D, y_{2,1}^D, \dots, y_{2,N-1}^D]^T$  röleleme aşamasında hedef düğüm üzerindeki zaman-domeninde alıcı vektörünü göstermektedir. Ayrıca,  $S \rightarrow R \rightarrow D$  linki üzerinde tanımlanan  $\Gamma = (1/\gamma) \mathbf{F}^{-1} \mathbf{D} \mathbf{F}$ ,  $\tilde{\mathbf{h}} = \tilde{\mathbf{h}}^{SR} \otimes \tilde{\mathbf{h}}^{RD}$  ve  $\mathbf{v} = (1/\gamma) \mathbf{F}^{-1} \mathbf{D}_{\tilde{\mathbf{H}}^{RD}} \mathbf{F} \mathbf{v}^{SR} + \mathbf{v}^{SD}$  sırasıyla evrişim (convolution) matrisini, kaskat seyrek çok yollu kanalı ve toplamsal Gauss olmayan renkli gürültüyü göstermektedir. Ayrıca,  $\mathbf{F}$  ile gösterilen FFT matrisinin  $k$  satır,  $n$ . sütun elemanları  $[\mathbf{F}]_{kn} = e^{-j2\pi nk/N}$  ile ve  $\otimes$   $N$  örnekle evrişim operatörünü belirtmektedir.  $\mathbf{D}$  bir köşegen matris olup, ana köşegeni üzerindeki elemanlar iletilen veri simgelerine karşı gelmektedir. Son olarak,  $\mathbf{D}_{\tilde{\mathbf{H}}^{RD}}$ 'de yine bir köşegen matris olup ana köşegenindeki elemanların oluşturduğu vektör  $\tilde{\mathbf{H}}^{RD} = \tilde{\mathbf{F}} \tilde{\mathbf{H}}^{RD}$  dir.

## III. KANAL KESTİRİMİ

Şimdi (6) denklemi ile tanımlanan gözlem modelini kullanarak  $\tilde{\mathbf{h}}$  ile gösterilen kaskat, çok-yollu ve seyrek yapıdaki bir kanalın en iyi kestirimi göz önüne alalım. Sisteme giren toplamsal gürültü renkli ve Gauss olmayan bir olasılıksal dağılıma sahiptir. Tekil değerli çözümleme (singular valued decomposition, SVD) tekniği ile (6) ilişkisinde  $\mathbf{v}$  gürültüsünün kovaryans matrisi,  $\Sigma_v = \mathbf{U} \mathbf{Y} \mathbf{U}^T$  biçiminde ifade edilerek, gürültü beyazlaştırılmaktadır. Burada  $\mathbf{U}$ ,  $N \times N$  boyutlu kompleks değerli birincil dönüşüm (unitary transformation) matrisidir.  $\mathbf{Y}$  ise, ana köşegeninin sadece pozitif elemanlardan oluştuğu  $N \times N$  boyutlu bir köşegen matrisini ve  $(*)^T$ , eşlenik devrik operatörünü göstermektedir. Bu dönüşümün sonucunda,  $\Psi \mathbf{v} = \mathbf{w}$ ,  $\mathbf{w} = [w_1, w_2, \dots, w_N]^T$  ilişkisinde de görüleceği gibi,  $\mathbf{v}$  renkli gürültüsü  $\mathbf{w}$  ile gösterilen beyaz ve Gauss olmayan bir gürültü vektörüne dönüşür. Bu durumda,  $\mathbf{w}$ 'nın kovaryans matrisi de birim köşegen matris biçiminde olacaktır.  $\Psi = \mathbf{Y}^{-1/2} \mathbf{U}^T$  'ye 'beyazlatma matrisi' adı verilmektedir. Sonuçta, (6) denklemini sol taraftan  $\Psi$  ile çarpığımızda aşağıdaki gözlem modeli elde edilir.

$$\mathbf{y} = \mathbf{A} \tilde{\mathbf{h}} + \mathbf{w} \quad (7)$$

ve burada  $\mathbf{y} = \Psi \mathbf{y}_2^D$  ve  $\mathbf{A} = \Psi \Gamma$  dir. Şimdi  $\tilde{\mathbf{h}}$ ' nin kestirimi için, (7) gözlem sinyal modelini göz önüne alalım. Burada,  $\tilde{\mathbf{h}} \in C^{N \times 1}$  kompleks değerli, seyrek yapıda çok yollu kanalı temsil etmekte olup sıfırdan farklı elemanları  $h_1, h_2, \dots, h_L$  ( $L \ll N$ ) ile gösterilmektedir. (7) ilişkisinde, bilindiği varsayılan,  $\mathbf{A} \in C^{N \times N}$  ise sütun vektörleri cinsinde  $\mathbf{A} = [\mathbf{a}_1, \mathbf{a}_2, \dots, \mathbf{a}_N]$  olarak ifade edilebilir. Bu durumda  $\tilde{\mathbf{h}}$ , seyrek kanal vektörünün sıfırdan farklı kanal katsayıları ile bunların rastlantısal konumlarının kestirimi problemini göz önüne alınarak (7) denklemi,

$$\mathbf{y} = \sum_{l=1}^L \mathbf{a}_{\eta_l} h_l + \mathbf{w} \quad (8)$$

biçiminde ifade edilebilir. Burada  $\boldsymbol{\eta} = [\eta_1, \eta_2, \dots, \eta_L]^T$ ,  $\forall \eta_1, \eta_2, \dots, \eta_L \in \{1, 2, \dots, N\}$ , elemanları sıfırdan farklı kanal katsayılarının rastlantısal konumlarını gösteren bir konum vektörüdür. Bu kestirim probleminde,  $w_n$ ,  $n = 1, 2, \dots, N$  ile gösterilen Gauss olmayan gürültü örneklerini bağımsız ve eş dağılımlı  $M$  bileşenden oluşan bir Gauss-karışım (Gaussian mixture) olasılık modeli ile aşağıdaki gibi modelleyebiliriz,

$$\begin{aligned} p(w_n) &= \sum_{m=1}^M p(w_n | v_n = m) p(v_n = m) \\ &= \sum_{m=1}^M \frac{\lambda_m}{\pi \sigma_m^2} e^{-|w_n|^2 / \sigma_m^2} \end{aligned} \quad (9)$$

Burada  $p(w_n | v_n = m) \triangleq (1/\pi \sigma_m^2) e^{-|w_n|^2 / \sigma_m^2}$ ,  $v_n \in \{1, 2, \dots, M\}$ , rastlantısal karışım indeksi olup,  $w_n$  toplamsal gürültü örneğinin, (9)'daki Gauss karışım modelinde hangi bileşen tarafından üretildiğini göstermektedir.  $p(v_n = m) = \lambda_m$  ise  $w_n$ 'ye ilişkin Gauss karışımının  $m$ . bileşeni tarafından üretilme olasılığıdır. Gözönüne alınan kestirim probleminde, kestirilecek parametre kümesi aşağıdaki gibidir.

$$\Phi = \{\mathbf{h}, \boldsymbol{\eta}, \boldsymbol{\alpha}\}. \quad (10)$$

Burada,  $\mathbf{h} = [h_1, h_2, \dots, h_N]^T$ ,  $\boldsymbol{\eta} = [\eta_1, \eta_2, \dots, \eta_N]^T$  ve  $\boldsymbol{\alpha} = \{\lambda_1, \dots, \lambda_M, \sigma_1^2, \dots, \sigma_M^2\}$  dir. Uygulanacak SAGE algoritmasında,  $\Phi$ 'nin aşağıda belirtilen  $L+1$  sayıda altkümeden oluştuğu varsayılmaktadır. İlk  $L$  altküme,  $\Phi_l \triangleq \{h_l, \eta_l\}$ ,  $l = 1, 2, \dots, L$  ile verilmiştir. Her altküme için  $\widehat{\Phi}_l \triangleq \Phi / \Phi_l = \{\mathbf{h}_l, \boldsymbol{\eta}_l, \boldsymbol{\alpha}\}$ ,  $\widehat{\mathbf{h}}_l \triangleq \mathbf{h} / h_l$  ve  $\widehat{\boldsymbol{\eta}}_l \triangleq \boldsymbol{\eta} / \eta_l$  olarak tanımlanmakta ve  $\cdot$  küme dışlama operatörünü göstermektedir.  $(L+1)$ . altküme ise;  $\Phi_{L+1} \triangleq \boldsymbol{\alpha}$  ve  $\widehat{\Phi}_{L+1} \triangleq \Phi / \Phi_{L+1} = \Phi / \boldsymbol{\alpha} = \{\mathbf{h}, \boldsymbol{\eta}\}$  ile verilmektedir. Yukarıda tanımlanan altküme parametreleri ile SAGE algoritmasının çalışması iki aşamada gerçekleşmektedir.

#### A. $\Phi_l = \{h_l, \eta_l\}$ , $l = 1, 2, \dots, L$ Parametrelerinin Kestirimi:

SAGE algoritmasının uygulanması için uygun bir yaklaşım, (8) denki vektörel gözlem ilişkisinde

$$y_n = x_n^{(l)} + \bar{x}_n^{(l)} \quad (11)$$

ile ifade edilen  $n$ . bileşeni göz önüne almaktır. Burada,

$$x_n^{(l)} = a_{n, \eta_l} h_l + w_n \text{ ve } \bar{x}_n^{(l)} = \sum_{l'=1, l' \neq l}^L a_{n, \eta_{l'}} h_{l'} \quad (12)$$

biçiminde tanımlanmış olup,  $a_{n, \eta_{l'}}$  nin  $n$ . elemanının göstermektedir. SAGE algoritmasının 'başvurulabilir saklı verileri' (admissible hidden data)  $X_l = \{\mathbf{x}^{(l)}, \mathbf{v}\}$ , gibi  $\mathbf{x}^{(l)} = [x_1^{(l)}, x_2^{(l)}, \dots, x_N^{(l)}]^T$  ve  $\mathbf{v} = [v_1, v_2, \dots, v_N]^T$  şeklinde seçilsinler. Bu bilgilerin ışığı altında SAGE algoritması şöyle ifade edilebilir:

#### A.1 Beklenti Adımı (Expectation Step, E-Step):

SAGE algoritmasında beklenti adımı (E-Step), (13) ilişkisinde  $\mathbf{y}$  gözlemi verildiğine ve  $\Phi$ 'nin  $i$ . iterasyon adımında kestirim değeri bilindiğine göre  $X_l$  üzerinden koşullu beklenti alınarak şu şekilde gerçekleştirilir:

$$\mathbf{e}_l(\Phi_l | \Phi^{(i)}) = E\{\log p(X_l | \Phi_l, \widehat{\Phi}_l^{(i)}) | \mathbf{y}, \Phi^{(i)}\}, \quad (13)$$

$$\log p(\mathbf{x}^{(l)}, \mathbf{v} | h_l, \eta_l, \widehat{\mathbf{h}}_l^{(i)}, \widehat{\boldsymbol{\eta}}_l^{(i)}, \boldsymbol{\alpha}^{(i)}) \sim - \sum_{n=1}^N \frac{1}{(\sigma_m^{(i)})^2} |x_n^{(i)} - a_{n, \eta_l} h_l|^2. \quad (14)$$

(14) denklemi (13) de yerine konulduğunda

$$\mathbf{e}_l(\Phi_l | \Phi^{(i)}) = \sum_{n=1}^N \delta_n^{(i)} \left( 2\Re \left\{ x_n^{(i)*} a_{n, \eta_l}^* h_l \right\} - |a_{n, \eta_l} h_l|^2 \right) \quad (15)$$

elde edilir. Bu ilişkilerde,  $\Re(\cdot)$  ve  $(\cdot)^*$  sırasıyla bir kompleks sayının gerçel kısmını ve eşlenik operatörlerini göstermektedir. (15) denklemde,  $x_n^{(i)}$

$$x_n^{(i)} = y_n - \sum_{l'=1, l' \neq l}^L a_{n, \eta_{l'}} h_{l'}. \quad (16)$$

ilişkisinden hesaplanır ve  $\delta_n^{(i)}$  aşağıdaki gibi tanımlanmıştır.

$$\delta_n^{(i)} = \sum_{m=1}^M \frac{1}{(\sigma_m^{(i)})^2} p_{v_n}^{(i)}(m), \quad n = 1, 2, \dots, N. \quad (17)$$

$i$ . iterasyon adımında, rastlansal kanşım indisi  $v_n$ 'nin sonsal olasılık yoğunluk fonksiyonu, aşağıdaki gibi hesaplanır.

$$p_{v_n}^{(i)}(m) \triangleq p(v_n = m | y_n, \mathbf{h}^{(i)}, \boldsymbol{\eta}^{(i)}, \boldsymbol{\alpha}^{(i)}) = \frac{\lambda_m^{(i)} e^{-|y_n - \sum_{l=1}^L a_{n, \eta_l}^{(i)} h_l^{(i)}|^2 / (\sigma_m^{(i)})^2}}{\sum_{m'=1}^M \lambda_{m'}^{(i)} e^{-|y_n - \sum_{l=1}^L a_{n, \eta_l}^{(i)} h_l^{(i)}|^2 / (\sigma_{m'}^{(i)})^2}}, \quad (18)$$

(15) denklemi vektörel olarak şu şekilde yazılabilir.

$$Q_l(\Phi_l | \Phi^{(i)}) = 2\Re \left\{ \mathbf{a}_{\eta_l}^\dagger \mathbf{D}_\delta^{(i)} \widehat{\mathbf{x}}^{(l)} h_l^* \right\} - \mathbf{a}_{\eta_l}^\dagger \mathbf{D}_\delta^{(i)} \mathbf{a}_{\eta_l} |h_l|^2. \quad (19)$$

$$\widehat{\mathbf{x}}^{(l)} = \mathbf{y} - \sum_{l'=1, l' \neq l}^L a_{n, \eta_{l'}} h_{l'}$$

ise, (16) denkleminden ve  $\mathbf{D}_\delta^{(i)}$  köşegen matrisi  $\delta_1^{(i)}, \delta_2^{(i)}, \dots, \delta_N^{(i)}$  girileriyle (17) denkleminden hesaplanır.

#### A.2 Enbüyüklenme Adımı (Maximization Step (M-Step)):

SAGE algoritmasının  $(i+1)$ . iterasyon adımında  $\Phi_l = \{h_l, \eta_l\}$

$$\Phi_l^{(i+1)} = \arg \max_{\Phi_l} Q_l(\Phi_l | \Phi^{(i)}) \quad (20)$$

ilişkisine uygun olarak güncellenir. Burada,  $Q_l(\Phi_l | \Phi^{(i)})$  (19) denkleminde hesaplanır.  $Q_l(\Phi_l | \Phi^{(i)})$ 'in  $h_l^*$  göre türevi alınarak sıfıra eşitlenirse

$$\frac{\partial Q_l(\Phi_l | \Phi^{(i)})}{\partial h_l^*} = \mathbf{a}_{\eta_l}^\dagger \mathbf{D}_\delta^{(i)} \widehat{\mathbf{x}}^{(l)} - \mathbf{a}_{\eta_l}^\dagger \mathbf{D}_\delta^{(i)} h_l = 0 \quad (21)$$

elde edilir. (21) denklemi için çözüldüğünde kanal katsayılarının ve konumlarının  $(i+1)$ . iterasyon adımında kestirimleri elde edilir.

$$\eta_l^{(i+1)} = \arg \max_{\eta_l} \frac{|\mathbf{a}_{\eta_l}^\dagger \mathbf{D}_\delta^{(i)} \widehat{\mathbf{x}}^{(l)}|^2}{\mathbf{a}_{\eta_l}^\dagger \mathbf{D}_\delta^{(i)} \mathbf{a}_{\eta_l}}, \quad l \in \{1, 2, \dots, N\} \quad (22)$$

$$h_l^{(i+1)} = \frac{\mathbf{a}_{\eta_l}^{(i+1)} \mathbf{D}_\delta^{(i)} \widehat{\mathbf{x}}^{(l)}}{\mathbf{a}_{\eta_l}^{(i+1)} \mathbf{D}_\delta^{(i)} \mathbf{a}_{\eta_l}^{(i+1)}}$$

#### B. $\Phi_{L+1} = \boldsymbol{\alpha}$ 'nın kestirimi

$\Phi_{L+1} = \boldsymbol{\alpha}$ , kanşım parametrelerini SAGE algoritması ile kestirebilmek için,  $X_{L+1} = \{\mathbf{y}, \mathbf{v}\}$  olarak tanımlansın.

#### B.1 Beklenti Adımı (Expectation Step, E-Step):

SAGE algoritmasında beklenti adımı aşağıdaki şekilde ifade edilir.

$$\mathbf{e}_{L+1}(\Phi_{L+1} | \Phi^{(i)}) = E\{\log p(X_{L+1} | \Phi_{L+1}, \widehat{\Phi}_{L+1}^{(i)}) | \mathbf{y}, \Phi^{(i)}\} \quad (23)$$

$$= \sum_{n=1}^N \sum_{m=1}^M p_{v_n}^{(i)}(m) \left[ \log \left( \frac{\lambda_m}{\sigma_m^2} \right) - \frac{1}{\sigma_m^2} \left| y_n - \sum_{l=1}^L a_{n, \eta_l} h_l^{(i)} \right|^2 \right].$$

#### B.2 Enbüyüklenme Adımı (Maximization Step, M-Step):

SAGE algoritmasının  $(i+1)$ . iterasyon adımında,  $\Phi_{L+1} = \boldsymbol{\alpha}$  parametresi aşağıdaki kısıtlama enbüyüklenme problemine göre güncellenir.  $\sum_{m=1}^M \lambda_m = 1$ ,  $\lambda_m \geq 0$ ,  $m = 1, 2, \dots, M$  kısıtlaması altında:

$$\Phi_{L+1}^{(i+1)} = \arg \max_{\Phi_{L+1}} Q_{L+1}(\Phi_{L+1} | \Phi^{(i)}) \quad (24)$$

(24) denkleminin maksimizasyonu yapılmalıdır. Bu optimizasyon problemi iki enküçüklenme problemine ayrıştırılabilir. Birincisi, kısıtlamalı bir büyüklenme ve diğeri de kısıtlamasız basit bir enküçüklenme problemidir. Bu problemler aşağıda gibi formüle edilirler:

$$\min_{\lambda_1, \dots, \lambda_M} - \sum_{n=1}^N \sum_{m=1}^M p_{v_n}^{(i)}(m) \log(\lambda_m) \quad (25)$$

$$\min_{\sigma_1^2, \dots, \sigma_M^2} \sum_{n=1}^N \sum_{m=1}^M p_{v_n}^{(i)}(m) \left[ \log(\sigma_m^2) + \frac{1}{\sigma_m^2} \left| y_n - \sum_{l=1}^L a_{n, \eta_l} h_l^{(i)} \right|^2 \right] \quad (26)$$

(25) ve (26) ile belirlenen optimizasyon problemleri çözümleri aşağıdaki gibi elde edilir.

$$\lambda_m^{(i+1)} = \frac{1}{N} \sum_{n=1}^N p_{v_n}^{(i)}(m), \quad m = 1, 2, \dots, M. \quad (27)$$

$$(\sigma_m^2)^{(i+1)} = \frac{\sum_{n=1}^N p_{v_n}^{(i)}(m) \left| y_n - \sum_{l=1}^L a_{n, \eta_l} h_l^{(i)} \right|^2}{\sum_{n=1}^N p_{v_n}^{(i)}(m)}. \quad (28)$$

#### C. Algoritmanın Başlatılması

Algoritmanın  $i=0$  iterasyon adımına karşı düşen başlangıç değerleri bir MP algoritması yardımı ile belirlenir [7]. MP algoritmasının temeli,  $\mathbf{r}_0 = \mathbf{y}$  sinyal vektörü ile  $\mathbf{A} = [\mathbf{a}_1, \mathbf{a}_2, \dots, \mathbf{a}_N]$  matrisinin sütunlarından  $\mathbf{a}_{\eta_1}$  ile gösterilen en uyumlu olan satır bulmaya dayanmaktadır. Bu yaklaşımda,  $\mathbf{r}_0$  vektörünün bu sütun vektörü yönüne doğru izdüşümü bulunarak elde edilen izdüşüm vektörü  $\mathbf{r}_0$ 'dan çıkarılır. Bu çıkarımdan elde edilen artık vektör  $\mathbf{r}_1$  ile gösterilir. Bu iterasyon adımlarına belli bir sonlandırma kriteri

sağlanıncaya kadar ve A matrisinin sütunlarındaki en iyi eşleme sıralı olarak gerçekleştirilene kadar devam edilir.

#### IV. BENZETİM SONUÇLARI

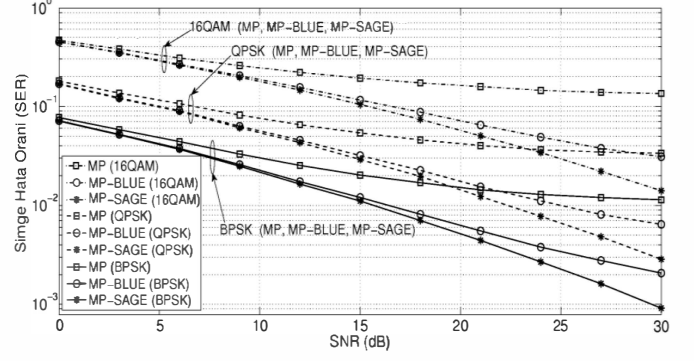
Bu bölümde, önerilen kanal kestirim algoritması ile sualtı akustik kanallarda OFDM-tabanlı işbirlikli iletişim sistemlerinin başarımını değerlendirmek için bilgisayar benzetim sonuçları sunulmaktadır. Benzetim parametreleri Tablo-1'deki gibi seçilmiştir. Seyrek yapıda, çokyollu kanal katsayıları ve konumlarının başlangıç değerlerinin kestirimleri için MP algoritması kullanılmaktadır. Burada MP algoritmasının karmaşıklığı büyük ölçüde azalttığı görülmektedir. Ayrıca, karşılaştırma amacıyla çok-yollu kanalın başlangıç kestirimleri için en iyi doğrusal yansız kestirici (best linear unbiased estimator, BLUE) da kullanılmıştır. Şekil 1'de iki faz kaydırmalı anahtarlama (BPSK), dik faz kaydırmalı anahtarlama (QPSK) ve 16-lık genlik modülasyonu (16QAM) çeşitleri için MP, BLUE ve MP-SAGE algoritmalarının simge hata oranı (symbol error rate, SER) başarımları verilmektedir. Bu eğrilerden de görüldüğü gibi, önerilen MP-SAGE algoritması üstün bir kanal kestirim başarımı göstermekte ve SER başarımı MP ve BLUE kestirimcilerini geride bırakmaktadır. Özellikle Şekil 1'de görüldüğü gibi,  $SER = 10^{-3}$  düzeyinde QPSK sinyali kullanıldığında önerilen kestirim algoritmasının BLUE kestirimciden yaklaşık 3 dB daha iyi başarımlar kazandı görülmektedir. Önerilen algoritmanın Doppler uyumsuzluğuna ne kadar dayanıklı olduğu,  $[-\Delta\nu, +\Delta\nu]$  aralığında Thikhonov dağılımından üretilen Doppler hız örnekleri ile test edilmiştir. Şekil 2'de görüldüğü üzere mobiliteden dolayı MP-SAGE algoritmasının Doppler uyumsuzluğuna dayanıklılığının MP-BLUE algoritmasından daha üstün olduğu görülmektedir. Sonuçta, önerilen MG-SAGE algoritmasının BPSK, QPSK ve 16QAM modülasyon türleri için 0.2 m/s'ye kadar Doppler hız değişikliklerine dayanıklı olduğu görülmektedir.

#### V. SONUÇLAR

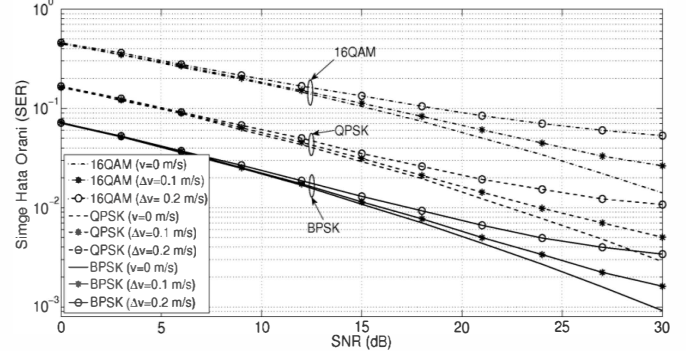
Bu çalışmada, seyrek sualtı akustik kanalların ve sonlu Gauss karışım olasılık yoğunluk fonksiyonu ile modellenmiş Gauss olmayan gürültü ilişkisi olması durumunda, AF işbirlikli röle tabanlı OFDM sistemleri için kanal kestirim algoritması sunulmaktadır. Önerilen algoritma temel olarak MP ve SAGE tekniklerinin özgün bir şekilde birleştirilmesine dayanmaktadır. Bilgisayar benzetimleri sualtı akustik kanalların çok etkili kestirildiğini ve algoritmanın simge hata oranı, kanal kestirim başarımının son derece başarılı sonuç verdiğini ve Doppler uyumsuzluk etkilerine karşı dayanıklı olduğunu göstermektedir. Bunu izleyen çalışmalarımızda gerçek sualtı akustik kanalların fiziksel parametreleri gözönüne alınarak bilgisayar benzetim çalışmaları yapılacaktır.

TABLE-1: BENZETİM PARAMETRELERİ

Altkanal Sayısı ( $N$ )	256
Band Genişliği ( $BW$ )	3 KHz
Örnekleme Frekansı ( $f_s$ )	BW
Örnekleme Frekansı ( $f_c$ )	12 KHz
Kanal Yol Gecikme Vektörü ( $\tau$ )	$[0.21 \ 0.34 \ 0.52] \times T_s$
Kanal Yol Güçleri ( $\Omega$ )	$[0.25 \ 0.5 \ 0.15 \ 0.1]$
Rician Kanal Çarpanı ( $\kappa$ )	3 dB
$f_0 T_s$ Sabiti	0.01
Gauss Karışım Adeti ( $M$ )	5
OFDM Çerçeve Uzunluğu ( $N_f$ )	2
Algoritmanın İterasyon Adeti ( $i_{max}$ )	5



Şekil 1: MP-SAGE ve MP-BLUE algoritmalarının SER başarımları karşılaştırmaları



Şekil 2: MP-SAGE algoritmasının Doppler uyumsuzluğuna dayanıklılığı etkisi altında SER başarımları

#### KAYNAKÇA

- [1] M. Stojanovic and J. Preisig, "Underwater Acoustic Communication Channels: Propagation Models and Statistical Characterization," *IEEE Commun. Mag.*, pp. 84-89, Jan. 2009.
- [2] R. Headrick and L. Freitag, "Growth of Underwater Communication Technology in the U.S. Navy," *IEEE Commun. Mag.*, pp. 80-82, Jan. 2009.
- [3] W. Li and J. C. Preisig, "Estimation of rapidly time-varying sparse channels," *IEEE J. Oceanic Eng.*, vol.32, no. 4, pp. 927-939, Oct. 2007.
- [4] C. R. Berger, et.al., "Sparse Channel Estimation for Multicarrier Underwater Acoustic Communication: From Subspace Methods to Compressed Sensing," *IEEE Trans. Signal Process.*, vol. 58, no. 3, pp. 1708-1721, March 2010.
- [5] C. Qi, X. Wang, L. Wu, "Underwater acoustic channel estimation based on sparse recovery algorithms," *IET Signal Process.*, vol. 5, no. 8, pp.739-747, Dec. 2010.
- [6] N. Richard and U. Mitra, "Sparse channel estimation for cooperative underwater communications: A structured multichannel approach," *ICASSP'08*, March 2008.
- [7] S. F. Cotter and B. D. Rao, "Sparse channel estimation via matching pursuit with application to equalization," *IEEE Trans. Commun.* Vol. 50, no. 3, pp. 374-377, March 2002.
- [8] M. Feder and E. Weinstein, "Parameter estimation of superimposed signals using the EM algorithm," *IEEE Trans. Acoust. Speech, Signal Process.*, vol. 36, no. 4, pp. 477-489, Apr. 1988.