# Zamanla Değişen Kanallar Varlığında DS-CDMA Sistemler için İteratif Alıcı
# İterative Receiver for DS-CDMA Systems in the Presence of Time-Varying Channels

*Hakan Doğan[1], Erdal Panayırcı[2], Hakan A. Çırpan[1], Gökhan Çam[3]*

[1]İstanbul Üniversitesi Elektrik-Elektronik Mühendisliği Bölümü 34320 Avcılar, İstanbul
[2]Kadir Has Üniversitesi Elektronik Mühendisliği Bölümü 34320 Cibali, İstanbul
[3]Maltepe Üniversitesi Elektronik Mühendisliği Bölümü 34857 Maltepe, İstanbul

## Özetçe

Bu çalışmada, zamanla değişen düz sönümlemeli kanallar varlığında doğrudan dizilimli kod bölmeli çoklu erişim sistemlerde birleşik çoklu kullanıcı sezimi ve kanal kestirimi(JDE) için, karmaşıklığı az, verimli bir iteratif alıcı yapısı sunulmuştur. Zamanla değişen kanalın parçalı sabit kanala uygun olarak modellendiği varsayılmıştır. Bir en iyileme ölçütü tanımlanmış ve optimize edilmiş eş ağırlık katsayıları için analitik ifadeler verilmiştir. Benzetim sonuçları, önerilen JDE alıcısının mükkemmel bir çoklu kullanıcı verimine sahip olduğu ve kanal katsayılarının kestiriminde oluşan hatalara karşı oldukça dirençli olduğu gösterilmiştir.

## Abstract

In this paper, we present an efficient iterative receiver structure of tractable complexity for joint multiuser detection and multichannel estimation (JDE) of direct-sequence code-division multiple-access systems operating in the presence of time-varying flat fading channel. The time-varying channel is assumed to be modeled according to a piece-wise constant channel. An optimality criterion is defined and analytical expressions for the corresponding optimized weight coefficients are given. Monte-Carlo simulations of a synchronous scenario show that the proposed JDE receiver have excellent multiuser efficiency and are robust against errors in the estimation of the channel parameters.

## 1. Giriş

Kod-bölmeli çoklu erişim (CDMA) sistemlerinde çoklu erişim girişiminin iteratif olarak azaltılması ve kullanıcıların doğrusal çoklu sezimi oldukça önem taşimaktadir. Georghiades ve Han [1], düz sönümlemeli zamanla değişen Rayleigh kanallarda birleşik veri sezinimi ve kestirimini uygulamak için bir EM tabanlı alıcı önermiştir. Ayrıca, Feder ve Weinstein[2], EM algoritmasını süper pozisyonlu sinyallerin parametre kestirimi problemine uygulamıştır. Bu yaklaşımın devamında Borran ve Nasiri-Kenari[3], AWGN kanal için düşük karmaşıklı çoklu kullanıcı sezicisini geliştirmiştir. Kocian ve Fleury[4], MC-CDMA sistemlerde düz sönümlemeli kanal varlığında birleşik kanal kestirimi ve veri sezimi üzerinde durmuştur. Bunların yanında Panayırcı [5]'de onların sonuçlarını frekans seçiçi kanallarda yukarı link çoklu taşıyıcılı CDMA sistemler için genelleştirmiştir.

Bu çalışmada ise [4]'te sunulan çoklu kullanıcı sezicisi, zamanla değişen kanallar için genelleştirilmiştir. [4]'te temel varsayım, çerçevinin tamamın alınması süresince kanalın değişmediğidir, buda yüksek mobiletinin olduğu durumlarda uygun değildir. Bundan dolayı [4]'te sunulan sonuçlar zamanla değişen düz sönümlemeli Rayleigh kanallar varlığında doğrudan dizilimli eşzamanlı sinyallerde birleşik çoklu kullanıcılı veri sezinimi ve kanal kestirimi problemleri için genişletilmiştir.

Notasyon: Makalede vektörler geniş küçük harflerle ifade edilirken matrisler büyük geniş harflerle ifade edilmiştir. Ayrıca $(.)^*$, $(.)^T$ ve $(.)^H$,$\|.\|$ ise sırasıyla konjuge, devrik, Hermityan ve Frobenius normunu ifade etmektedir. $\mathbf{I}_L$ ifadesi $L \times L$ boyutlu birim matrisi ifade ederken, $diag\{.\}$ ifadesi köşegen matrisi, $tr\{.\}$ ise matrisin izini vermektedir.

## 2. Sinyal Modeli

Alınan temel bant sinyali aşağıdaki gibi ifade edilebilir:

$$\mathbf{z}(m) = \mathbf{RB}(m)\mathbf{a}(m) + \mathbf{n}(m), m = 0, 1, ..., M-1 \quad (1)$$

Burada K aktif kullanıcı sayısı olmakla beraber KxK köşegen matrisi $\mathbf{B}(m)$, $\mathbf{B}(m) = diag\{b_1(m), b_2(m)...., b_K(m)\}$ ile verilmiş, $b_k \varepsilon\{-1, +1\}$ m'inci sinyalin verilmesi süresince k'nıncı kullanıcı tarafından iletilen sembolleri gösterir. KxK'lık $\mathbf{R}$ matrisi; j. ve k. kullanıcının dalga şekli arasındaki çapraz ilişki $p_{jk}$olmak üzere

$$R \triangleq \begin{bmatrix} 1 & \cdots & p_{1k} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ p_{K1} & \cdots & 1 \end{bmatrix}$$

şeklindedir.

$\mathbf{a} = [a_1(0)........a_1(M-1)........a_K(0)......a_K(M-1)]^T$ vektörü zamanla değişen kanalı temsil etmektedir ve elamanları karmaşık dairesel simetrik Gauss rasgele değişkenleri şeklinde modellenmiştir. Zamanla değişen kanalın parçalı sabit bir kanala göre modellendiği varsayılmıştır. Bu da kanalın L tane ardışık sembol boyunca sabit kaldığını varsaymaktır. L hız veya doppler frekansı bileşenine bağımlı bir parametredir. Bu yüzden M sembol ($M >> 1$) alınırken kestirilmesi gerekilen kanal

978-1-4244-1999-9/08/$25.00 ©2008 IEEE

katsayıları azaltılmalı, bunun yanında kanal kestiriminin kaliteside sağlanmalıdır. Parçalı sabit kanal modelin devamında, (1) aşağıdaki şekilde yeniden düzenlenebilir:

$$\mathbf{z}(m) = \mathbf{RB}(m)\mathbf{a}(\lfloor \frac{m}{L} \rfloor + 1) + \mathbf{n}(m), m = 0, 1, ..., M-1; \quad (2)$$

Burada $\lfloor x \rfloor$ tamsayıları gösterir ve x'e eşit yada ondan küçüktür. $q \triangleq \lfloor \frac{m}{L} \rfloor + 1$ olursa $\mathbf{a}(q) \triangleq [a_1(q), a_2(q), ..., a_K(q)]^T$,$q = 1, 2, ..., Q$. $\mathbf{a}_k \triangleq [a_k(1), a_k(2), ..., a_k(Q)]^T$ indirgenmiş kanal katsayılarıdır ve Q tamsayısı LQ= M şeklindedir. (2)'deki $\mathbf{n}$(m) K boyutlu sıfır ortalamalı ve $N_0\mathbf{R}$ kovaryans matrisli Gauss rastgele vekörüdür. Kanal katsayılarının değişimi n. dereceden özbağlanımsal(AR) model kullanılarak modellenebilir. Birinci dereceli durumda her kullanıcının kanal katsayıları aşığıdaki gibi yazılabilir:

$$a_k(q) = p_k a_k(q-1) + \epsilon_k(q), k = 1, 2, ...., K; q = 1, 2, ..Q \quad (3)$$

Burada $p_k$ zaman ilişki katsayıları ve $\epsilon_k(q)$sıfır ortamalı ve $\sigma_k^2$ değişintili(variance) toplamsal beyaz gürültüdür. $p_k$ parametresi Jakes modeline dayanarak tanımlanabilir:

$$r_k(q - q') = \sigma_k^2 J_0(2\pi f_d(q - q)); q, q' = 1, 2, ...Q \quad (4)$$

burada $r_k(q - q')$ sıfırıncı mertebeden birinci çeşit Bessel fonksiyonuyla tanımlanan Doppler güç spektrumu için k'nıncı kullanıcının kanal zaman frekans ortakdeğişinti fonksiyonudur, Jo(.), ve üstel çoklu yol yoğunluğu ortalama güç $\sigma_k^2$ ile profili yapılmıştır. **R** pozitif tanımlı olduğunu kabul edersek. Sonra **R**, $\mathbf{R} = \mathbf{F}^T\mathbf{F}$'e uygun olarak Cholesky ayrıştırılması yapılabilirse. Burada **F** tek alt terslenebilen üçgen matrisidir. z(m)'in 2'de $(F^T)^{-1}$ ile çarpımından

$$\mathbf{y}(m) \triangleq (\mathbf{F}^T)^{-1}\mathbf{z}(m) = \mathbf{FB}(m)\mathbf{a}(\left\lfloor \frac{m}{L} \right\rfloor + 1) + \mathbf{w}(m) \quad (5)$$

$m = 0, 1, ...., M-1$ elde edilir.

Karmaşık Gauss vektörü **w**(m) beyaz olup $N_0\mathbf{I}_K$ ortak değişinti matrisine sahiptir. Alınan vektörü(5) kullanıcı elemanlarının koşullarına göre aşağıdaki gibi tanımlayabiliriz:

$$\mathbf{y}(m) = \sum_{k=1}^{K} \mathbf{F}_k b_k(m) a_k(\left\lfloor \frac{m}{L} \right\rfloor + 1) + \mathbf{w}(m), m = 0, 1, .., M-1 \quad (6)$$

Burada $\mathbf{F}_k$ **F**'in k. sütun vektörünü, $b_k(m)$ m'inci sinyalin iletimi boyunca k'nıncı kullanıcı tarafından gönderilen veriyi göstermektedir. M= LQ sembollü bir çerçevenin iletildiğini varsayarsak **y**(m)'i $\mathbf{y} \triangleq [\mathbf{y}_0^T, \mathbf{y}_1^T, ...., \mathbf{y}_{L-1}^T]^T$ ,$\mathbf{y}_i \triangleq [\mathbf{y}^T(i), \mathbf{y}^T(i+L), .., \mathbf{y}^T(i+(Q-1)L)]^T, i = 0, 1..., L-1$ şeklinde elde ederiz. Alınan sinyal aşağıdaki gibi daha öz ve kısa bir forma getirilebilir:

$$\mathbf{y} = \mathbf{\Psi a} + \mathbf{w} \, . \quad (7)$$

Burada $\mathbf{a} = [\mathbf{a}_1^T, \mathbf{a}_2^T, ...., \mathbf{a}_K^T]$ $\mathbf{a}_k = [a_k(1), a_k(2), ......., a_k(Q)]^T$ ve $\mathbf{\Psi} = [\mathbf{\Psi}_{i,j}]$ LxK blok matrisidir. Bu blok matrisisinin KQxQ boyutunu aşağıdaki gibi tanımlanabilir: $\mathbf{\Psi}_{i,j} = diag\{b_j(i)\mathbf{F}_j, b_j(L + i)\mathbf{F}_j, ....., b_j((Q-1)(L+i)\mathbf{F}_j\}$ .

## 3. EM ALGORİTMASI İLE BİRLEŞİK KANAL KESTİRİMİ VE VERİ SEZİNİMİ

EM algoritması **b**'nin doğrudan hesaplanmasının engellendiği durumda $\hat{\mathbf{b}} = \arg\max_{\mathbf{b}} p(\mathbf{y}|\mathbf{b})$ kestirimine ML yaklaşım sağlayan iteratif bir algoritmadır. Alınan rasgele değişken **y** EM çercevesindeki eksik veriyi kapsamaktadır ve $\chi \longmapsto \mathbf{y}(\chi)$ eşlemesiyle $\chi$'e ilişkilendirilmiştir. Mevcut probleme EM algoritmasını uygulamak için, (6)'daki alınmış vektörü (9)'da ki toplamla ayrıştırmak uygun bir yaklaşım olacaktır:

$$\mathbf{y}(m) = \sum_{k=1}^{K} \mathbf{x}_k(m), m = 0, 1, .., M-1 \, . \quad (8)$$

Burada

$$\mathbf{x}_k(m) = \mathbf{F}_k b_k(m) a_k(\lfloor \frac{m}{L} \rfloor + 1) + \mathbf{w}_k(m) \quad (9)$$

$\mathbf{x}_k(m)$ k'nıncı kullanıcı tarafından iletilen kanal parametresinin $a_k(q), q \triangleq \lfloor \frac{m}{L} \rfloor + 1$ olduğu kanaldan geçerek alınan sinyalinin bileşenini temsil eder.

Gauss gürültü vektörü $\mathbf{w}_k(m)$ (9)'da değişintisi $N_0 B_k$ olacak şekilde $\sum_{k=1}^{K} \mathbf{w}_k(m) = \mathbf{w}(m)$ olarak ayrıştırılmıştır. $B_k$ katsayılarını, w(m) gürültüsünün gücünün bir parçası olarak tanımlayıp $\mathbf{x}_k(m)$ 'e atanmıştır ve $\sum_{k=1}^{K} \beta_k = 1$ olduğu kabul edilmiştir $0 \leq \beta_k \leq 1$. Şimdi problem iletilen semboler $\mathbf{b} = \{b_k(m)\}_{k=1,m=0}^{k,M-1}$ ve karmaşık kanal cevabları $\mathbf{a}_k = [a_k(1), a_k(2), ..., a_k(Q)]$ y'ye dayandırılarak her kullanıcı için ayrı ayrı kestirimi yapılmasına dönüşmüştür. EM algoritmasında alınmış **y** verilerine eksik veri gibi bakıp, tam veri $\chi = \{(\mathbf{x}_1, \mathbf{a}_1), (\mathbf{x}_2, \mathbf{a}_2), ...., (\mathbf{x}_K, \mathbf{a}_K)\}'yi$ tanımlayacağız, burada $\mathbf{x}_k = [x_k(0), ...., x_k(M-1)]^T$ M= LQ ve k= 1,2,.....,K şeklindedir. Verilen tam veri setinde, kestirilmesi gereken b vektör parametresinin logaritmik-olasılık fonksiyonunu aşağıdaki gibi tanımlayabiliriz.

$$logp(\chi|\mathbf{b}) = \sum_{k=1}^{K} log(\mathbf{x}_k, \mathbf{a}_k|\mathbf{b}_k) \, . \quad (10)$$

Burada

$$logp(\mathbf{x}_k, \mathbf{a}_k|\mathbf{b}_k) = logp(\mathbf{x}_k|\mathbf{b}_k, \mathbf{a}_k) + logp(\mathbf{a}_k|\mathbf{b}_k) \quad (11)$$

ve $\mathbf{b}_k = [b_k(0), b_k(1), ...., b_k(M-1)]^T$'dır. $b_k$ ,$a_k$ birbirinden bağımsız olduğu durumda $logp(\mathbf{a}_k|\mathbf{b}_k)$'yi ihmal edebiliriz. **Beklenenti Adımı(E-Step)** Koşullu beklenti x'i gözlenen y ile değiştirmek ve b eşitliklerini onun i. iteratifi ile kestirmekle

$$Q\left(\mathbf{b}|\mathbf{b}^{(i)}\right) = E\left\{\log p(\chi|\mathbf{b}|\mathbf{y}, \mathbf{b}^{(i)})\right\} \quad (12)$$

elde edilir. (8)'deki $logp(x|b)'in$ özel bir formu dikkate alınırsa,eşitlik 12 aşağıdaki gibi ayrıştırılabilir:

$$Q(\mathbf{b}|\mathbf{b}^{(i)}) = \sum_{k=1}^{K} Q_k(\mathbf{b}_k|\mathbf{b}^{(i)}) \, . \quad (13)$$

Burada

$$Q_k(\mathbf{b}_k|\mathbf{b}^{(i)}) = E\left\{logp(\mathbf{x}_k, \mathbf{a}_k|\mathbf{b}_k)|\mathbf{y}, \mathbf{b}^{(i)})\right\} \quad (14)$$

$$= E\left\{logp(\mathbf{x}_k|\mathbf{b}_k, \mathbf{a}_k)|\mathbf{y}, \mathbf{b}^{(i)}\right\} \quad (15)$$

$\mathbf{b}'_k nın$ bağımsızlığı durumunlarındaki ihmal edilmesiyle, (6)'dan $logp(\mathbf{x}_k|b_k, \mathbf{a}_k)$ aşağıdaki gibi hesaplanır.

$$logp(\mathbf{x}_k|\mathbf{b}_k, \mathbf{a}_k) \sim \sum_{m=0}^{M-1} \Re\{\mathbf{F}_k^T b_k(m) a_k^*(\lfloor \frac{m}{L} \rfloor + 1)\mathbf{x}_k(m)\} \quad (16)$$

(16)'yı (15)'de yazarsak

$$Q_k(\mathbf{b}_k|\mathbf{b}^{(i)}) = \sum_{m=0}^{M-1} \Re\{\mathbf{F}_k^T b_k(m)(a_k^*(\lfloor \frac{m}{L} \rfloor + 1)x(m))^{(i)}\} \quad (17)$$

(12)'de uyulan gösterimin benimsenmesiyle

$$(a_k^*(\lfloor \frac{m}{L} \rfloor + 1)\mathbf{x}_k(m))^{(i)} \triangleq E\{a_k^*(\lfloor \frac{m}{L} \rfloor + 1)(\mathbf{x}_k(m)|\mathbf{y}, \mathbf{b}^{(i)}\} \quad (18)$$

ve koşullu olasık kuralının uygulanmasıyla (18) aşağıdaki hali alır:

$$(a_k^*(\lfloor \frac{m}{L} \rfloor + 1)\mathbf{x}_k(m))^{(i)} = E\{a_k^*(\lfloor \frac{m}{L} \rfloor + 1)E(\mathbf{x}_k(m)|\mathbf{y}, \mathbf{b}^{(i)}, \mathbf{a})|\mathbf{y}, \mathbf{b}^{(i)}\} \quad (19)$$

$\mathbf{y}$ verilmişken $\mathbf{x}_k(m)$'in koşullu olasılığı, $\mathbf{a}$ ve $\mathbf{b} = \mathbf{b}^{(i)}$ gauss ve ortalamasıyla

$$E(\mathbf{x}_k(m)|\mathbf{y}, \mathbf{b}^{(i)}, \mathbf{a}) = \mathbf{F}_k b_k^{(i)}(m) a_k(\lfloor \frac{m}{L} \rfloor + 1) \quad (20)$$

$$+\beta_k \left(\mathbf{y}(m) - \sum_{j=1}^{K} \mathbf{F}_j b_j^{(i)}(m) a_j(\lfloor \frac{m}{L} \rfloor + 1)\right)$$

ile bulunur. Burada $b_k^{(i)}(m) \triangleq E(b_k(m)|\mathbf{y}, \mathbf{b}^{(i)}, \mathbf{a})$'dır. (20)'yi (19)'da yazarsak (15)'i aşağıdaki gibi tekrar yazılabilir:

$$(a_k^*(\lfloor \frac{m}{L} \rfloor + 1)\mathbf{x}_k(m))^{(i)} = \mathbf{F}_k b_k^{(i)}(m) E\left\{|a_k(\lfloor \frac{m}{L} \rfloor + 1)|^2|\mathbf{y}, \mathbf{b}^{(i)}\right\} \quad (21)$$

$$+\beta_k[E\{a_k^*(\lfloor \frac{m}{L} \rfloor + 1)|\mathbf{y}, \mathbf{b}^{(i)}\}\mathbf{y}(m)$$

$$-\sum_{j=1}^{K} \mathbf{F}_j b_j^{(i)}(m) E\{a_j(\lfloor \frac{m}{L} \rfloor + 1) a_k^*(\lfloor \frac{m}{L} \rfloor + 1)|\mathbf{y}, \mathbf{b}^{(i)}\}]$$

Diğer bir deyişle, $\mathbf{a}$'nın önsel olasılık yogunluk fonksiyonu (prior pdf) aşağıdaki gibi seçilir. Kanal değişkenleri bir birinci dereceden AR modeli olduğu kabul edilmesiyle doğru kanal katsayıları birbiriyle

$$a_k(q) = p_k a_k(q-1) + \epsilon_k(k), q = 1, 2, ...., Q; k = 1, 2, ..., K \quad (22)$$

şeklinde ilişkilendirilir, burada $p_k$ her kullanıcıdan alınan bloklar arasındaki zaman ilişki katsayılarıdır. İlk değerler $a_k(0), k = 1, 2, ....K$'ların bilindiği varsayılmaktadır. Matris notasyonunu kullanırsa (22) aşağıdaki gibi ifade edilebilir:

$$\mathbf{M}_k \mathbf{a}_k = \boldsymbol{\xi}_k + \epsilon_k \quad (23)$$

$$\mathbf{M}_k \triangleq \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & \dots & 0 & 0 \\ -p_k & 1 & 0 & \dots & 0 & 0 \\ 0 & -p_k & 1 & \dots & 0 & 0 \\ \ddots & \ddots & \ddots & \ddots & \ddots & \ddots \\ 0 & 0 & 10 & \dots & -p_k & 1 \end{bmatrix}$$

$$\boldsymbol{\xi}_k \triangleq [p_k a_k(0), 0, ....., 0,]^T$$

$$\epsilon_k \triangleq [\epsilon_k(1), \epsilon_k(2), ...., \epsilon_k(Q)]$$

ve $\mathbf{a}_k = [a_k(1), a_k(2), ...., a_k(Q)]^T$. $\epsilon_k \sim N(0, \sigma_k^2 \mathbf{I}_Q)$ olduğundan, (23)'den şöyle devam eder

$$\mathbf{m}(k) \triangleq E(\mathbf{a}_k) = \mathbf{M}_k^{-1}\xi_k \quad (24)$$

$$= a_k(0)[p_k, p_k^2, ..., p_k^Q]^T$$

$$\mathbf{C}_k \triangleq E\{(\mathbf{a}_k - \mathbf{m}_k)(\mathbf{a}_k - \mathbf{m}_k)^\dagger\}$$

$$= \sigma_k^2 \mathbf{M}_k^{-1}(\mathbf{M}_k^{-1})^T$$

Bazı matematiksel işlemlerden sonra $\mathbf{C}_k$'nın i. ve j. elamanı j= 1,2,....Q için aşağıdaki gibi bulunabilir.

$$\mathbf{C}_k(i,j) = \begin{cases} \sigma_k^2 p_k^{j-1}, & \text{if } i = 1; \\ \sigma_k^2(p_k^{i+j-2} + p_k^{i+j-4} + ...p_k), & \text{if } i \text{j}. \end{cases}$$

$\mathbf{a} = [\mathbf{a}_1^T, \mathbf{a}_2^T, ...., \mathbf{a}_K^T]' nın$ önsel olasılık yogunluk fonksiyonu aşağıdaki gibi ifade edilebilir.

$$p(\mathbf{a}) \sim exp[-(\mathbf{a} - \mathbf{m})^\dagger \mathbf{C}^{-1}(\mathbf{a} - \mathbf{m})] \quad (25)$$

burada $\mathbf{m} \triangleq [\mathbf{m}_1^T, \mathbf{m}_2^T, ...., \mathbf{m}_K^T]^T$ ve $\mathbf{C}^{-1} = diag\{\mathbf{C}_1^{-1}, \mathbf{C}_2^{-1}, ...., \mathbf{C}_K^{-1}\}$. $\mathbf{C}_k^{-1} = \mathbf{M}_k^T \mathbf{M}_k / \sigma_k^2$ $k = 1, 2, ...Q$ için gösterilebilir.

Ayrıca $\omega \sim N(0, N_0\mathbf{I})$ olduğundan (7) formundan $\mathbf{y}$ ve $\mathbf{b}^{(i)}$ verildiğinde $\mathbf{a}$'nın ve koşullu olasılığı aşağıdaki gibi yazılabilir:

$$p(\mathbf{a}|\mathbf{y}, \mathbf{b}^{(i)}) \sim p(\mathbf{y}|\mathbf{a}, \mathbf{b}^{(i)})p(\mathbf{a})$$

$$\sim exp[-\frac{1}{N_0}(\mathbf{y} - \Psi\mathbf{a})^\dagger(\mathbf{y} - \Psi\mathbf{a}) - (\mathbf{a} - \mathbf{m})^\dagger \mathbf{C}^{-1}(\mathbf{a} - \mathbf{m})]$$

Bazı matematiksel işlemlerden sonra

$$p(\mathbf{a}|\mathbf{y}, \mathbf{b}^{(i)}) \sim N(\boldsymbol{\mu}^{(i)}, \boldsymbol{\Sigma}^{(i)}) \quad (26)$$

denklemi elde edilir. Burada

$$\boldsymbol{\mu}^{(i)} = \boldsymbol{\Sigma}^{(i)}\left[\mathbf{C}^{-1}\mathbf{m} + \frac{1}{N_0}\boldsymbol{\Psi}^{(i)\dagger}\mathbf{y}\right] \quad (27)$$

$$\boldsymbol{\Sigma}^{(i)} = \left[\mathbf{C}^{-1} + \frac{1}{N_0}(\boldsymbol{\Psi}^{(i)})^\dagger(\boldsymbol{\Psi}^{(i)})\right]^{-1}$$

matris $\Psi$ (7) ve (8)'de tanımlanmıştır.

Her kullanıcının karşılıklı subblock vektör ve matrislerine dayanarak KQx1 boyutlu $\boldsymbol{\mu}^{(i)}$ vektörü KQxKQ boyutlu $\Sigma^{(i)}$ matrisi (28)'de

$$\boldsymbol{\mu}^{(i)} = \left[(\boldsymbol{\mu}_1^{(i)})^T, (\boldsymbol{\mu}_2^{(i)})^T, ...., (\boldsymbol{\mu}_K^{(i)})^T\right], \boldsymbol{\Sigma}^{(i)} = \left[\boldsymbol{\Sigma}_{k,l}^{(i)}\right]_{k,l=1}^{K} \quad (28)$$

şeklinde tanımlanabilir. Burada $\boldsymbol{\mu}_k^{(i)} = \boldsymbol{\mu}_k^{(i)}[q], q = 1, 2, ..., Q$ ve $\boldsymbol{\Sigma}_{k,l}^{(i)} = \boldsymbol{\Sigma}_{k,l}^{(i)}[p,q], p, q = 1, 2, ..., Q$. Şimdi eşitlik (21)'in sağ tarafını kullanarak beklenen değeri hesaplayalım: $q \triangleq (\lfloor \frac{m}{L} \rfloor + 1), m = 1, 2, ....M = LQ$.

$$a_k^{(i)}(q) \triangleq E(a_k(q)|\mathbf{y}, \mathbf{b}^{(i)}) = \mu_k^{(i)}[q] \quad (29)$$

$$(|a_k(q)|^2)^{(i)} \triangleq E(a_k(q) a_k^*(q)|\mathbf{y}, \mathbf{b}^{(i)})$$

$$= \boldsymbol{\Sigma}_{(k,k)}^{(i)}[q,q] + \boldsymbol{\mu}_k^{(i)}[q](\boldsymbol{\mu}_k^{(i)}[q])^*$$

$$(a_k^*(q))(a_j(q))^{(i)} = E\{(a_k^*(q) a_j(q)|\mathbf{y}, \mathbf{b}^{(i)}) \quad (30)$$

$$= \boldsymbol{\Sigma}_{(k,j)}^{(i)}[q,q] + \boldsymbol{\mu}_j^{(i)}[q](\boldsymbol{\mu}_k^{(i)}[q])^*$$

**En Büyükleme Adımı(M-Step)** EM algoritması uygulamasının ikinci adımı M-steptir. Bu adımda $\mathbf{b}$ parametresi (i+1)'inci adımı

$$\mathbf{b}^{(i+1)} = \arg\max_{\mathbf{b}} Q(\mathbf{b}|\mathbf{b}_i) = \sum_{k=1}^{K} Q_k(\mathbf{b}_k|\mathbf{b}^{(i)}). \quad (31)$$

denklemine uygun olarak güncellenir. $Q_k(\mathbf{b}|\mathbf{b}_k^{(i)})$ (32)'de ayrı ayrı enbüyüklemesiyle M adımı aşağıdaki gibi uygulanabilir:

$$\mathbf{b}_k^{(i+1)} = \arg\max_{\mathbf{b}_k} Q_k(\mathbf{b}_k|\mathbf{b}^{(i)}) \quad (32)$$

burada (17)'den

$$Q_k(\mathbf{b}_k|\mathbf{b}^{(i)}) = \sum_{m=0}^{M-1} b_k(m)\Re\{\mathbf{F}_k((a_k^*(\lfloor\frac{m}{L}\rfloor + 1)\mathbf{x}_k(m))^{(i)}\} \quad (33)$$

şeklinde elde edilir. Ayrıca kodlama kullanılmadığı zaman (33)'ün devamında $b_k^{(i+1)}$'in her elamanı; ifadenin sağ tarafındaki karşılıklı toplamların en büyüklenmesiyle bağımsız olarak aşağıdaki gibi tespit edilebilir:

$$b_k^{(i+1)}(m) = sgn[\Re\{\mathbf{F}_k^T(a_k^*(\lfloor\frac{m}{L}\rfloor + 1)\mathbf{x}_k(m))^{(i)}\}] \quad (34)$$

Burada $(a_k^*(\lfloor\frac{m}{L}\rfloor + 1)\mathbf{x}_k(m)))^{(i)})$ (21)'de önceden belirlendiği durumdur ve sgn(.)signum fonksiyonunu gösterir. (21)'i (35)'te yerine yazarsak

$$\begin{aligned} b_k^{i+1}(m) &= sgn[\Re\{b_k^{(i)}(m)(|a_k(\lfloor\frac{m}{L}\rfloor + 1)|^2)^{(i)} \quad (35)\\ &+\beta_k\mathbf{F}_k^T[(a_k^*(\lfloor\frac{m}{L}\rfloor + 1))^{(i)}\mathbf{y}(m)\\ &-\sum_{j=1}^{K}\mathbf{F}_j b_j^{(j)}(m)(\lfloor\frac{m}{L}\rfloor + 1)(\lfloor\frac{m}{L}\rfloor + 1)])] \end{aligned}$$

denklemini elde ederiz.

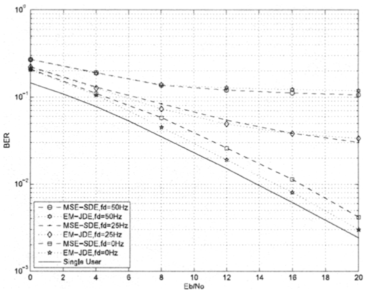
[4]'de verilen, gözlenen geniş boyutlu M çerçeveleri için, (31)'deki ilk terim ikincisiyle kıyaslandığında ihmal edilebilir. İkinci terimi eler ve denklemi tekrar yazarsak 36'da ki indirgenmiş denklemi elde ederiz:

$$\begin{aligned} b_k^{i+1}(m) &= sgn[\Re\{b_k^{(i)}(m)(|a_k(\lfloor\frac{m}{L}\rfloor+1)|^2)^{(i)}(1-\beta_k) \quad (36)\\ &+\beta_k(a_k^*(\lfloor\frac{m}{L}\rfloor+1))^{(i)}[z_k(m)-\sum_{j=1,j\neq 1}^{K} p_k b_j^{(i)}(m)a_j(\lfloor\frac{m}{L}\rfloor+1))^{(i)}]\}] \end{aligned}$$

burada $z_k(m) = \mathbf{F}_k^T\mathbf{y}(m)$'dır. Sonuç olarak Eşitlik (36), kısmen girişimin iptali ile birleşik kanal kestirimi ve veri sezinimi olarak yorumlanabilir.

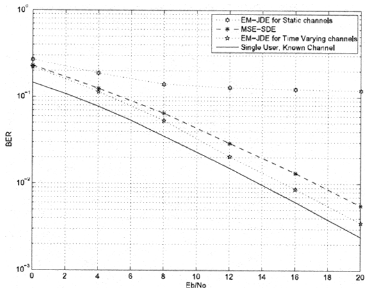
## 4. Bilgisayar Benzetimleri

Sistem parametreleri aşağıdaki gibi şeçilebilir: kullanıcı sayısı K= 8, pilot sembol sayısı p= 4, çerçeve uzunluğu M= 40, $T_s = 136x10^{-6}$, ve eşit çapraz ilişkli katsayıları $p_{k,k'} = 0.4, k, k' = 1,...8, k \neq k'$. p pilot bitlerinin çerçeve içinde düzgün dağıldıklarından, iki bilinen bit pozisyonu arasında normalize mesafe $p_{j+1} - p_j = 13$'e eşittir. Shannon'un örnekleme teorimine göre EM-JDE programı, normalize Doppler frekansı

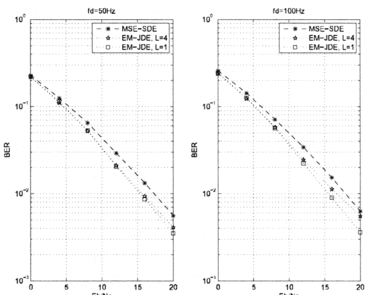



Şekil 1: Zamanla değişen kanal için duragan kanal modelinde EM-JDE algoritmasının uygulamasının BER performansı

$f_dT_s = 0.5/(p_{(j+1)} - p_j) = 0.038$ olmadığı sürece kanal katsayılarını tam olarak kestiribileceğini kabul edebiliriz. Bundan dolayı, Doppler kesim frekansı verilen örnekleme zamanı için 280Hz'dir. Şekil 1'de zamanla değişen kanal kullanıldığı durum modelinde EM algoritmasının durağan kanal uygulamasında etkinliğinin azaldığı gözlenmiştir. Üç iterasyon uygulanmış ve BER performansı farklı doppler kaymaları$f_d = 0Hz$,$f_d = 25Hz f_d = 50Hz$ için tespit edilmiştir. [4]'deki algoritmanın; zamanla değişen kanallarda hata verimi gösterilmiştir. Şekil 2'de zamanla değişen kanallar için önerilen EM-JDE alğoritmasını durağan kanal modeline uygulanan EM-JDE'den daha iyi bir uygulama olduğu gösterilmiştir.




Şekil 2: EM-JDe algoritmalarının karşılaştırılması




Şekil 3: Farklı L ve $f_d$ değerleri için EM-JDE algoritmalarının BER performansı

Ayrıca Şekil 3'te L boyutlu alt çerçevenin şeçimi $f_d = 50Hz$,$f_d = 100Hz$ için incelenmiştir. L= 4 olması durumunda, EM-JDE BER performansının sırasıyla$f_d =$

$50Hz$,$f_d$ = $100Hz$ için 15DB'den 12DB'e düştüğü gözlenmiştir. Bu yüzden,EM-JDE bütün kanalın değiştiği(L= 1)durumunda daha yüksek SNR ve Doppler frekansında hesaplanıp işlem sona erdirilmiştir.

## 5. Sonuç

Önerilen yaklaşım veri sezinimi yaparken kanal kestirimini de kapsayan bunların yanında her adımında girişim iptali yapan yaklaşık bir ifade şeklinde türetilmiştir. Bir kaç pilot sembolü kullanmanın EM algoritmasının etkilice başlamasına yeterli olduğu sonucuna varılmıştır. Önceden bilinen diğer alıcı yapılarının kıyaslanması da yapılmıştır. Bilinen kanallarda, tüm yaklaşımların uygulamasının neredeyse benzer olduğu gözlenmiştir. Ayrıca, kanal kestiriminin gerekli olduğunda, bilgisayar benzetimleri önerilen algoritmaların BER performansına dayanılarak geçerliliğini kanıtlamıştır.

## 6. Kaynakça


[1] C. N. Georghiades and J. C. Han, "Sequence estimation in the presence of random parametres via the EM algorithm ," *IEEE Trans. Commun.*, vol.45,pp.300308,Mar.1997.

[2] M. Feder and E. Weinstein, "Parameter Estimation of superimposed signals using the EM algorithm,"*IEEE Tran. on Acoustic, Speech and Signal Processing*, Vol. 36, pp. 477-489, April 1988.

[3] M.J Borran and M. Nasiri-Kenari,"An efficient detection tecnique for synchronous CDMA communication systems based on the expectation-maximization algorithm,"*IEEE Trans. Veh. TEchnol.*,vol. 49,pp.16631668,Sept.2000

[4] A. Kocian and B. H. Fleury,"EM-based joint data detection and channel estimation of DS-CDMA signals,"*IEEE Trans. Commun.*,vol. 51, no.10, pp.17091720,Oct.2003

[5] E. Panayirci, H.Dogan, H.A. Cirpan and B.H.Fluery," Joint Data Detection and Channel Estimation for Uplink MC-CDMA Systems over Frequency Selective Channels,"*6th International Workshop on Multi Carrier Spread Spectrum(MC-SS 2007).*,May 07-09-2007, Herrsching,Germany